

Quels sont les liens entre les compétences en mathématiques des enfants et leur environnement familial d'apprentissage ? Une revue de la littérature

CL. GIRARD, J. PRADO

RÉSUMÉ : Quels sont les liens entre les compétences en mathématiques des enfants et leur environnement familial d'apprentissage ? Une revue de la littérature

Le concept d'environnement familial d'apprentissage en numératie a reçu une attention croissante au cours de la dernière décennie. La plupart des études ont montré une relation entre les caractéristiques de cet environnement et les compétences mathématiques des enfants. Nous passerons en revue la littérature définissant l'environnement familial d'apprentissage en numératie et présenterons les résultats de travaux de nature à la fois corrélacionnelle et interventionnelle dans ce domaine.

Mots clés : Environnement familial d'apprentissage – Mathématiques – Enfants – Parents.

SUMMARY: xxx

The concept of home numeracy environment has received increasing attention over the past decade. Most studies have shown a relation between characteristics of this environment and mathematical skills in children. Here we review the literature defining the home numeracy environment and present the results of correlational and interventional studies in that field.

Key words: Home learning environment – Home numeracy environment – Mathematics – Children – Parents.

RESUMEN: xxxx

Se observa una atención creciente en la última década hacia el concepto de entorno numérico. La mayoría de los estudios han mostrado una relación entre las características de este entorno y las habilidades matemáticas de los niños. Aquí revisamos la literatura que define el entorno numérico en el hogar y presentamos los resultados de estudios correlacionales y de intervención en ese campo.

Palabras clave: Entorno de aprendizaje en el hogar – Matemáticas – Niños – Padres.

Centre de Recherche en Neurosciences de Lyon (CRNL), INSERM U1028 - CNRS UMR5292, Université de Lyon, 69500 Bron, France. cleagirard@orange.fr

.....
Conflicts of interests : les auteurs déclarent n'avoir aucun conflit d'intérêt.

.....
Cette recherche a été soutenue par des subventions de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-17-CE28-0014) à J. Prado.

Pour citer cet article : Girard, Cl., & Prado, J. (2022). Quels sont les liens entre les compétences en mathématiques des enfants et leur environnement familial d'apprentissage ? Une revue de la littérature. A.N.A.E., 180, 000-000.

Les mathématiques nécessitent un apprentissage long et complexe. Cependant, les résultats des nombreuses études statistiques à large échelle suggèrent que les enfants, selon leur place sur l'échiquier social, n'auraient pas tous les mêmes chances de réussite. Piloté par l'Organisation de Coopération et de Développement Économiques (OCDE) et réalisé tous les 3 ans auprès des élèves de 15 ans de différentes nationalités, le Programme International pour le Suivi des Acquis (PISA) donne par exemple à voir l'inégale répartition des compétences mathématiques en fin de scolarité obligatoire à travers différents pays (OCDE, 2019). Un des facteurs déterminants dans ces inégalités serait les différences de statut socio-économique familial (SES), prédisant plus de 20 % de la réussite en mathématiques des élèves français. Les données nationales françaises (Andreu et al., 2021 ; Ninnin & Salles, 2020) indiquent que ce constat peut être retrouvé plus précocement dans la scolarité.

La problématique d'inégalité des chances n'est pas nouvelle en sciences sociales. Ainsi, les approches en termes d'héritages culturels de Bourdieu et Passeron (1964, 1970) ont été fondatrices d'une sociologie des inégalités scolaires qui propose l'étude des rapports liant, entre continuités et ruptures, les instances de scolarisation scolaire et familiale (Bautier, 2006 ; Darmon, 2001 ; Henri-Panabière, 2010 ; Lahire, 2012). Selon les différents rapports à l'autorité ou encore selon une plus ou moins grande *pédagogisation* de la vie quotidienne (Dubet, 1997 ; Garcia, 2018), les enfants seraient ainsi différenciellement préparés par leurs familles au fonctionnement du système scolaire (Lahire, 2005, 2019). Par exemple, des sociologues ont pu décrire certaines pratiques familiales (lire les boîtes de céréales ou apprendre à compter en réalisant un gâteau) comme étant potentiellement rentables pour l'enfant du point de vue des apprentissages scolaires (Garcia, 2018).

L'environnement familial d'apprentissage, historique d'un nouveau cadre d'étude en sciences cognitives

En sciences cognitives, le développement de la cognition mathématique chez l'enfant a longtemps été étudié à partir des variations de compétences, en montrant par exemple le rôle joué par les composantes verbales ou de mémoire de travail (Cortés Pascual et al., 2019 ; LeFevre, Fast et al., 2010 ; Purpura & Reid, 2016). Le rôle de l'environnement social familial a été majoritairement négligé, condui-

sant à documenter le développement d'un enfant issu d'un environnement « typique », suffisamment « riche et stimulant » mais non précisé. Depuis quelques années cependant, s'est construit un nouvel enjeu de connaissance visant l'identification et la compréhension des opportunités d'apprentissage mathématique des enfants au sein de leurs familles. Historiquement, s'est développé un cadre d'analyse des facteurs familiaux susceptibles d'influencer, de façon plus ou moins directe, le développement des compétences cognitives générales chez l'enfant. Ces premiers travaux ont d'abord consisté à caractériser les liens avec un mécanisme général d'apprentissage, notamment à partir de l'échelle *Home Observation Measure of the Environment* (HOME) développée par Bradley et Caldwell (Bradley & Caldwell, 1984 ; Caldwell & Bradley, 1979). Forte de son intégration dans les mesures d'un certain nombre de cohortes (comme les cohortes *Early Childhood Longitudinal Study* ou *Panel Study of Income Dynamics*), l'échelle HOME est un outil historique pionnier pour rendre compte du développement cognitif de l'enfant à partir de son environnement familial. Cette échelle est apparue néanmoins rapidement limitée, le calcul d'un score global pour l'environnement familial d'apprentissage pouvant masquer des différences spécifiques à certains domaines (Galindo & Sonnenschein, 2015 ; voir aussi Bradley & Corwyn, 2006, pour une discussion sur l'amplitude restreinte des mesures de stimulations cognitives possibles avec l'échelle HOME). C'est pour cette raison que se sont ensuite développés des travaux spécifiques au domaine de la littératie dans un premier temps, travaux qui ont ensuite permis le développement d'études spécifiques au domaine de la numératie. Chez l'enfant, la littératie émergente fait référence aux compétences précurseurs du développement de la lecture et de l'écriture (telles que la conscience phonologique ou la connaissance de l'alphabet ; Tazouti et al., 2020 ; Whitehurst & Lonigan, 1998). La numératie émergente fait référence à certaines compétences mathématiques pouvant être dissociées en trois catégories : les connaissances numériques informelles (par exemple, la comparaison de quantités non-symboliques), les connaissances liées au nombre (acquisition de la chaîne numérique verbale et des symboles) et les connaissances numériques formelles (telles que les opérations écrites) (Purpura et al., 2013 ; Tazouti et al., 2020). Dans cette revue, les compétences mathématiques chez l'enfant concerneront uniquement cette numératie émergente (seront donc exclus d'autres domaines des mathématiques, comme la géométrie).

Le modèle de l'*environnement familial d'apprentissage en littératie* a ainsi proposé un renouvellement du cadre de compréhension, et de mesures, des caractéristiques de l'environnement familial susceptibles de contribuer *spécifiquement* au développement de certaines compétences chez l'enfant, en l'occurrence celles impliquant le langage (Sénéchal & LeFevre, 2002, 2014). Ces travaux soulignaient que l'environnement familial était loin de se résumer à un simple score susceptible de jouer un rôle médiateur dans la relation entre SES et disparités neurocognitives chez l'enfant et devait ainsi être considéré comme un objet d'étude complexe à part entière.

Si l'influence de l'environnement familial dans le développement du langage (notamment du vocabulaire) semble désormais assez bien établie, la problématique de l'apprentissage des mathématiques a souvent été reléguée à la seule instance scolaire. Pourtant, les travaux montrant l'influence de la famille dans les apprentissages en littératie couplés au constat de différences précoces (et durables) des enfants en numératie ont conduit à interroger le rôle de l'environnement familial au cours de l'apprentissage des mathématiques également. En comparaison avec les travaux sur l'apprentissage en littératie, le champ de recherche spécifique à l'environnement familial d'apprentissage en numératie est relativement récent, mais connaît néanmoins un développement important ces dernières années (pour une méta-analyse, voir Daucourt et al., 2021).

Des activités de numératie formelles et informelles

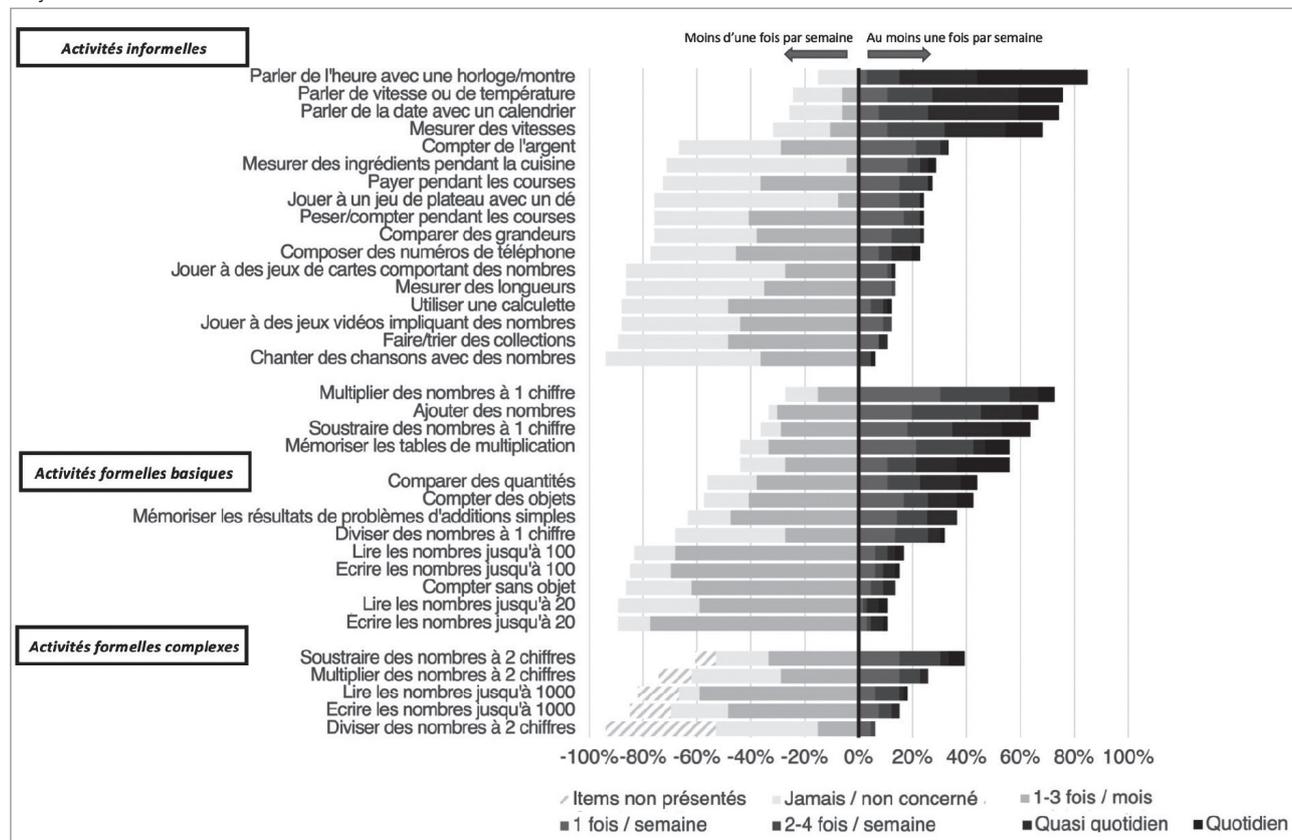
La première formalisation du modèle de ce que l'on pourrait appeler *environnement familial d'apprentissage en numératie* a été proposée par LeFevre et collaborateurs (2009) afin de permettre l'identification et la mesure des activités familiales susceptibles de soutenir le développement des mathématiques chez l'enfant. Ce modèle emprunte la distinction entre activités de type formel ou informel aux travaux sur la littératie. Les activités familiales susceptibles de mobiliser du contenu mathématique comportent les activités de numératie formelles, c'est-à-dire celles réalisées dans un but explicite d'enseignement (par exemple, faire réciter la chaîne numérique, entraîner à réciter les tables de multiplication ou résoudre des calculs mentaux). Cependant, les auteurs ont suggéré que la mesure de ces seules activités conscientes de transmission pourrait conduire à une représentation tronquée des échanges familiaux susceptibles d'étayer le

développement de la cognition numérique chez l'enfant. Ainsi, aux activités formelles doit s'ajouter la prise en compte des activités informelles de numératie, c'est-à-dire celles exposant l'enfant aux aspects mathématiques de façon incidente à travers diverses activités du quotidien (comme jouer à un jeu de plateau impliquant un dé et le déplacement de pions, participer aux activités de cuisine impliquant de peser, compter ou mesurer des ingrédients ou encore participer aux achats du quotidien). Pour évaluer ces activités, LeFevre et collaborateurs (2009) ont proposé l'usage d'un questionnaire listant différentes activités familiales de numératie et différentes fréquences de réalisation associées. Ce questionnaire original, largement repris et adapté selon les âges et langages des enfants concernées, permet le calcul de scores composites associés à chacun des types d'activités familiales (Mutaf-Yildiz et al., 2020). Une étude réalisée auprès d'enfants français de 8 ans et leurs parents a ainsi évalué auprès de 66 familles la fréquence d'activités familiales de numératie informelles et formelles grâce à un questionnaire comprenant des *items* inspirés de LeFevre et collaborateurs (*figure 1*) (Girard et al., 2021, 2022).

Au cours de la dernière décennie, plusieurs études ont montré qu'il semble exister un lien statistique entre la fréquence des activités familiales de numératie, qu'elles soient informelles ou formelles, et les compétences mathématiques chez l'enfant. La majorité des données ont convergé vers l'identification de relations statistiques entre compétences mathématiques des enfants (d'âge préscolaire ou en début de scolarité élémentaire) et fréquences des activités de numératie formelles d'une part (Huang et al., 2017 ; Huntsinger et al., 2016 ; LeFevre et al., 2009 ; LeFevre, Polyzoi et al., 2010 ; Mutaf-Yildiz et al., 2018a, 2018b ; Silver et al., 2021 ; Susperreguy, Burr et al., 2020) ainsi que, d'autre part, la fréquence des activités de numératie informelles (Benavides-Varela et al., 2016 ; LeFevre et al., 2009 ; Mutaf-Yildiz et al., 2018a, 2018b ; Silver et al., 2021 ; Susperreguy, Burr et al., 2020 ; Susperreguy, Douglas et al., 2020 ; Vasilyeva et al., 2018).

Par exemple, Kleemans et al. (2012) ont montré une relation entre les pratiques formelles de 89 familles néerlandaises et les performances mathématiques des enfants de 4 ans évaluées à l'aide du *Utrecht Early Numeracy Test-Revised* (Van Luit & Van de Rijt, 2009), visant à évaluer neuf compétences en numératie précoce (telles que la comparaison de grandeur ou le comptage de quantités). Les auteurs ont souligné que cette relation était conservée même après contrôle de facteurs potentiellement

Figure 1. Figure inspirée de Girard et al. (2022) représentant les réponses au questionnaire des parents de 66 enfants de 8 ans sur leur fréquence de différentes pratiques de numératie (informelles et formelles) au cours du dernier mois. Les pourcentages à droite indiquent la proportion de parents qui déclarent réaliser chaque pratique au moins une fois par semaine. Les pratiques sont classées de la plus fréquente (en haut) à la moins fréquente (en bas). Les réponses « jamais/non concerné » indiquent que les parents déclarent ne jamais avoir réalisé l'activité avec leur enfant au cours du dernier mois.



confondants (scores de dénomination, d'efficacité cognitive ou de SES familial). Niklas et Schneider (2014) ont quant à eux démontré l'existence d'une telle relation pour les activités informelles de numératie. Pour cela, ils ont demandé à plus de 400 parents allemands la fréquence à laquelle ils jouaient avec leur enfant de 4 ans à trois types de jeux impliquant les mathématiques (des jeux de dés, des jeux éducatifs de comptage ou de calculs). La fréquence de ces activités était liée aux compétences mathématiques des enfants en fin de maternelle (évaluées à l'aide des batteries de Krajewski & Schneider, 2005, 2009) ainsi qu'en fin de CP (test *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen* ; Krajewski et al., 2002), ces deux tests permettant une large évaluation des compétences mathématiques précoces.

Globalement, l'existence de relations entre environnement familial et compétences des enfants est confirmée par deux méta-analyses récentes, qui consistent en une synthèse statistique des résultats des études déjà publiées (64 études ou 68 groupes indépendants ; Daucourt et al., 2021 ; 11 études ou 13 groupes indépendants ; Dunst et al., 2017). Ces deux méta-analyses ont en effet confirmé le lien statistique entre environnement familial de

numératie et compétences mathématiques des enfants (avec une taille d'effet considéré cependant comme « petite », notamment dans Daucourt et al., 2021). Concernant des éventuelles différences entre types d'activités familiales de numératie, la première méta-analyse concluait à une taille d'effet quasiment double pour la relation entre compétences mathématiques et activités informelles (par rapport à celles formelles ; $r = 0.47$ versus $r = 0.28$; Dunst et al., 2017). La seconde rapportait cependant une absence de différence significative entre ces deux types d'activités (Daucourt et al., 2021).

Néanmoins, toutes les études ne sont pas parvenues à identifier une relation entre les compétences mathématiques des enfants et la fréquence des activités familiales de numératie formelles (Cheung et al., 2018 ; Lehl et al., 2020 ; Missall et al., 2015) ou informelles (De Keyser et al., 2020 ; Ciping et al., 2015 ; Huntsinger et al., 2016 ; LeFevre, Polyzoi, et al., 2010). Par exemple dans une étude de De Keyser et al. (2020) aucune relation statistique n'était établie entre les scores d'activités familiales de numératie et ceux de mathématiques. En utilisant des statistiques bayésiennes, les auteurs concluaient même à une absence de relation (avec un niveau de preuves considéré

comme « solide »). Enfin certaines études ont mis à jour des relations négatives (Ciping et al., 2015 ; Silinskas et al., 2020 ; Huang et al., 2017). Autrement dit, dans ces études, une fréquence élevée d'activités familiales de numératie était associée à de plus faibles compétences mathématiques chez l'enfant. En utilisant des analyses statistiques permettant d'évaluer les influences directionnelles entre deux variables dans le temps (analyses de type *cross-lagged panels* ; Ciping et al., 2015 ; Silinskas et al., 2020), les auteurs ont proposé que les parents adaptaient la fréquence de ces activités familiales au niveau réel de leur enfant.

Des compétences en mathématiques symboliques et non symboliques

L'hétérogénéité des résultats obtenus par les différentes études pourrait s'expliquer, au moins en partie, par un défaut d'identification des compétences mathématiques susceptibles d'être affectées par l'environnement familial. En effet, les mathématiques ne sauraient être considérées comme un ensemble unifié et homogène, mais recouvrent au contraire un large champ de composantes. Aussi pour tenter de clarifier la relation en activités familiales de numératie et compétences mathématiques chez l'enfant, Skwarchuk et al. (2014) ont proposé de tirer profit de la dissociation entre activités formelles et informelles en suggérant que différentes compétences en mathématiques des enfants pourraient être liées différemment à chacune de ces activités. Les activités familiales de numératie formelles favoriseraient les compétences mathématiques symboliques (c'est-à-dire, qui reposent sur un apprentissage du code verbal et du code indo-arabe des symboles numériques) chez l'enfant tandis que les activités informelles favoriseraient davantage les compétences non symboliques (i.e., qui reposent uniquement sur le code analogique des quantités).

Pour tester cette hypothèse, Skwarchuk et al. (2014) ont veillé à évaluer de façon distincte deux types de compétences mathématiques chez 183 enfants américains de 5 ans : l'une à l'aide du sous-test de numération du *Key-Math-Revised* (avec des questions impliquant le comptage, l'identification des nombres, l'ordinalité et la grandeur ; Connolly, 1998) et l'autre à l'aide d'un test d'arithmétique non symbolique (adapté de Huttenlocher et al., 1994). Les auteurs ont alors rapporté que la capacité des enfants à représenter et à manipuler des quantités non symboliques (score à la tâche d'arithmétique non symbolique) était uniquement liée aux pratiques informelles

de numératie, tandis que leurs connaissances numériques symboliques (score au sous-test de numération) étaient uniquement liées aux pratiques formelles de numératie (Skwarchuk et al., 2014). Une étude récente de Susperreguy et collaborateurs (2020) a permis de répliquer cette dissociation à partir de l'évaluation de 419 enfants chiliens de 5 ans à l'aide de nombreux scores mathématiques symboliques et non symboliques.

De façon surprenante, la formalisation théorique d'une dissociation entre types de compétences mathématiques et types d'activités familiales de numératie a eu peu d'échos dans les études ultérieures. En outre, les compétences symboliques en mathématiques recouvrent elles-mêmes des compétences plurielles et hétérogènes. En effet, si la plupart des travaux dans le champ de la cognition numérique ont systématiquement veillé à une identification différenciée des compétences mathématiques chez l'enfant (notamment dans l'objectif d'identifier les meilleurs prédicteurs de compétences ultérieures ; pour une revue, voir Siegler, 2016), une telle précaution semble faire défaut à la majorité des études sur l'environnement familial de numératie. Une évaluation plus fine des compétences mathématiques pourrait réduire l'hétérogénéité de la littérature et améliorer notre compréhension des mécanismes sous-jacents (Girard et al., 2021 ; Mutaf-Yıldız et al., 2018b).

Ainsi, dans une étude récente une large batterie de tests permettant d'évaluer différentes sous-composantes mathématiques (ZAREKI-R ; Von Aster & Dellatolas, 2005) a été administrée auprès d'enfants français de 8 ans (Girard et al., 2021). La fréquence des activités familiales de numératie a également été évaluée. L'étude de la relation entre cette fréquence d'activités et les compétences des enfants a conduit à l'identification de compétences spécifiques. Après le début de la scolarisation formelle, les stimulations mathématiques que les parents fournissaient à leurs enfants restaient en lien avec les compétences mathématiques de ces derniers, mais uniquement en arithmétique. Autrement dit, à 8 ans, il n'était pas observé de relation entre les activités familiales de numératie et les compétences des enfants portant sur la connaissance du système symbolique, le comptage, le transcodage ou l'estimation de quantités non symboliques.

Une question de complexité

Un second aspect de la formalisation du modèle de l'environnement familial en numératie proposée par Skwarchuk et collaborateurs (2014)

a consisté à mettre l'emphase sur une seconde dissociation : celle concernant cette fois les activités formelles, et plus précisément leur degré de complexité, dans le but d'affiner la compréhension de leurs liens avec les compétences mathématiques de l'enfant. Ainsi, dans les données qui accompagnaient leur modèle, la significativité de la relation identifiée entre fréquence d'activités formelles de numération et score composite symbolique de l'enfant dépendait en réalité de la dissociation de ces activités selon leur niveau de complexité (Skwarchuk et al., 2014). En conséquence, seule la fréquence des activités formelles de numération suffisamment complexes pour l'enfant en école maternelle (telles qu'additionner ou soustraire des chiffres ou compter 2 par 2) était liée à ses compétences en mathématiques ; tandis que la fréquence des activités formelles de niveau basique (telles que compter des objets ou écrire des chiffres) ne l'était pas. Peu d'études ont repris cette dissociation concernant le degré de complexité des activités formelles de numération. Néanmoins, à notre connaissance, toutes celles qui l'ont prise en considération ont répliqué la dichotomie suggérée (Girard et al., 2021 ; Río et al., 2017 ; Susperreguy, Burr et al., 2020 ; Susperreguy, Douglas et al., 2020 ; Susperreguy et al., 2021 ; Zippert & Ramani, 2016). C'est aussi le cas dans notre étude, qui avait conduit à l'identification d'une relation spécifique entre les seules activités formelles suffisamment complexes et les compétences arithmétiques de l'enfant (Girard et al., 2021 ; voir figure 1 pour un exemple d'activités familiales considérées comme complexes pour un enfant de 8 ans).

Même si les auteurs des études ayant utilisé la dissociation des activités de numération selon leurs niveaux de complexité n'ont pas nécessairement fait référence de façon explicite à la théorie socio-culturelle du développement de Vygotsky, la prise en compte de la complexité des activités pour mettre à jour les liens avec les compétences des enfants n'est pas sans rappeler la notion de « zone proximale de développement » proposée par Vygotsky (Vygotsky & Cole, 1978). Cette notion correspond à la différence entre ce que l'enfant maîtrise déjà et ce qu'il pourrait potentiellement acquérir grâce à l'aide d'une personne plus expérimentée. Sous-entendu, il faut que l'aide soit adaptée au niveau réel de l'enfant, mais sans excéder pour autant les compétences que l'enfant est alors en capacité d'acquérir. Cette notion explicite donc l'idée selon laquelle les enfants pourraient bénéficier du soutien d'un adulte pour développer leurs compétences seulement si ce soutien est adapté à leur niveau initial de

compétences. En conséquence, appliquée au cadre de l'environnement familial de numération, la pratique d'activités de numération formelles trop simples pourrait ne pas être liée aux compétences de l'enfant, car celles-ci ne leur seraient d'aucun bénéfice pour progresser dans leurs compétences. À l'inverse, les pratiques plus complexes pourraient permettre aux enfants d'améliorer leurs compétences, à la condition cependant que celles-ci soient adaptées à leur niveau initial (des activités donc suffisamment complexes, mais sans trop l'être pour autant par rapport au niveau initial de l'enfant ; Vygotsky & Cole, 1978).

Langage mathématique en famille

Face au manque d'homogénéité des résultats des études visant à quantifier les activités familiales de numération, certains chercheurs ont suggéré d'étudier ces stimulations familiales de façon plus directe et plus spécifique par la mesure du langage mathématique des parents. Ce langage mathématique, dans son acceptation la plus courante à travers la littérature¹, fait référence à la fréquence des mots-nombres (c'est-à-dire aux unités de la chaîne numérique verbale) utilisés par les parents lorsqu'ils s'adressent à leurs enfants (Mutaf-Yıldız et al., 2020).

Plusieurs études ont analysé des enregistrements du langage échangé dans les interactions familiales entre parent et enfant, notamment en se focalisant sur la mesure des occurrences de mots-nombres (Elliott et al., 2017 ; Gunderson & Levine, 2011 ; Thippa et al., 2020). Pour la réalisation de ces mesures, trois catégories de situations expérimentales peuvent être répertoriées : celles mesurant les échanges langagiers au sein du domicile familial (Gunderson & Levine, 2011 ; Levine et al., 2010 ; Mutaf-Yıldız et al., 2018b ; Silver et al., 2021 ; Susperreguy & Davis-Kean, 2016 ; Thippa et al., 2020 ; Vandermaas-Peeler et al., 2009), celles mesurant ces échanges en laboratoire (Bachman et al., 2020 ; Casey et al., 2018 ; DePascale et al., 2021 ; Elliott et al., 2017 ; Lombardi & Dearing, 2020 ; Thippa et al., 2020) et enfin celles mesurant ces échanges dans une salle mise à disposition à l'école (Ramani et al., 2015 ; Zhou et al., 2006 ; Zippert et al., 2020).

Ces études, beaucoup moins nombreuses que celles ayant employé des questionnaires visant la mesure des activités familiales de numération,

¹ • Cependant Purpura et collaborateurs (2017) dans leur définition du « langage mathématique » font également référence au lexique « non exclusivement » numérique (le langage quantitatif comme « plus que », « moins que » etc.).

ont eu recours à des méthodologies variées pour la caractérisation du langage mathématique. Ainsi différentes catégorisations des mots-nombres employés ont été utilisées : selon leur taille (mots-nombres de 1 à 4, mots-nombres de 5 à 10 et mots-nombres au-delà de 10 ; DePascale *et al.*, 2021 ; Elliott *et al.*, 2017 ; Gunderson & Levine, 2011) ou selon leur usage (du type « indiquer la cardinalité d'un ensemble », « compter », « nommer des symboles » ou « réaliser des opérations » ; Bachman *et al.*, 2020 ; Casey *et al.*, 2018 ; DePascale *et al.*, 2021 ; Gunderson & Levine, 2011 ; Ramani *et al.*, 2015 ; Susperreguy & Davis-Kean, 2016 ; Zippert *et al.*, 2020). De façon analogue à la dissociation du degré de complexité suggérée par Skwarchuk et collaborateurs (2014) pour les activités de numération, Ramani et collaborateurs (2015) ont proposé de distinguer les caractéristiques du langage mathématique employé comme fondamentales (comptage ou identification de nombres) ou avancées (cardinalité, ordinalité et arithmétique). Les expérimentations réalisées ont parfois conduit à identifier une relation entre certaines caractéristiques du langage mathématique (notamment sa taille suffisamment grande ou son contexte de cardinalité) et les compétences mesurées chez l'enfant. Elliott *et al.* (2017) ont par exemple montré que seule la quantité de mots-nombres désignant les quantités égales ou supérieures à 10 (contrairement au nombre total de mots-nombres ou indiquant des quantités inférieures à 10) employés par les parents pendant 10 minutes de jeu libre lors d'une situation standardisée en laboratoire était en lien avec les compétences mathématiques de 44 enfants américains âgés de 5 à 6 ans (score à une échelle composite de tests symboliques ; Elliott *et al.*, 2017).

Cependant, de tels résultats n'ont pas toujours été répliqués (DePascale *et al.*, 2021 ; Douglas *et al.*, 2019 ; Mutaf-Yildiz *et al.*, 2018b ; Silver *et al.*, 2021 ; Zhou *et al.*, 2006 ; Zippert *et al.*, 2020). La méta-analyse récente de Daucourt *et al.* (2021) souligne que les relations avec les compétences des enfants obtenues à l'aide des mesures de langage échangé en famille sont globalement plus faibles que celles obtenues à l'aide des mesures des activités de numération par questionnaire ($r = .03$ contre $r = .20$). Il est possible que les différents types de situations expérimentales utilisées pour la réalisation des enregistrements participent à accroître le phénomène d'hétérogénéité. C'est ce que suggèrent effectivement les résultats d'une étude réalisés auprès de 97 familles d'enfants de 4 ans. Thippana et collaborateurs (2020) ont évalué les compétences mathématiques des enfants et ont également obtenu des mesures

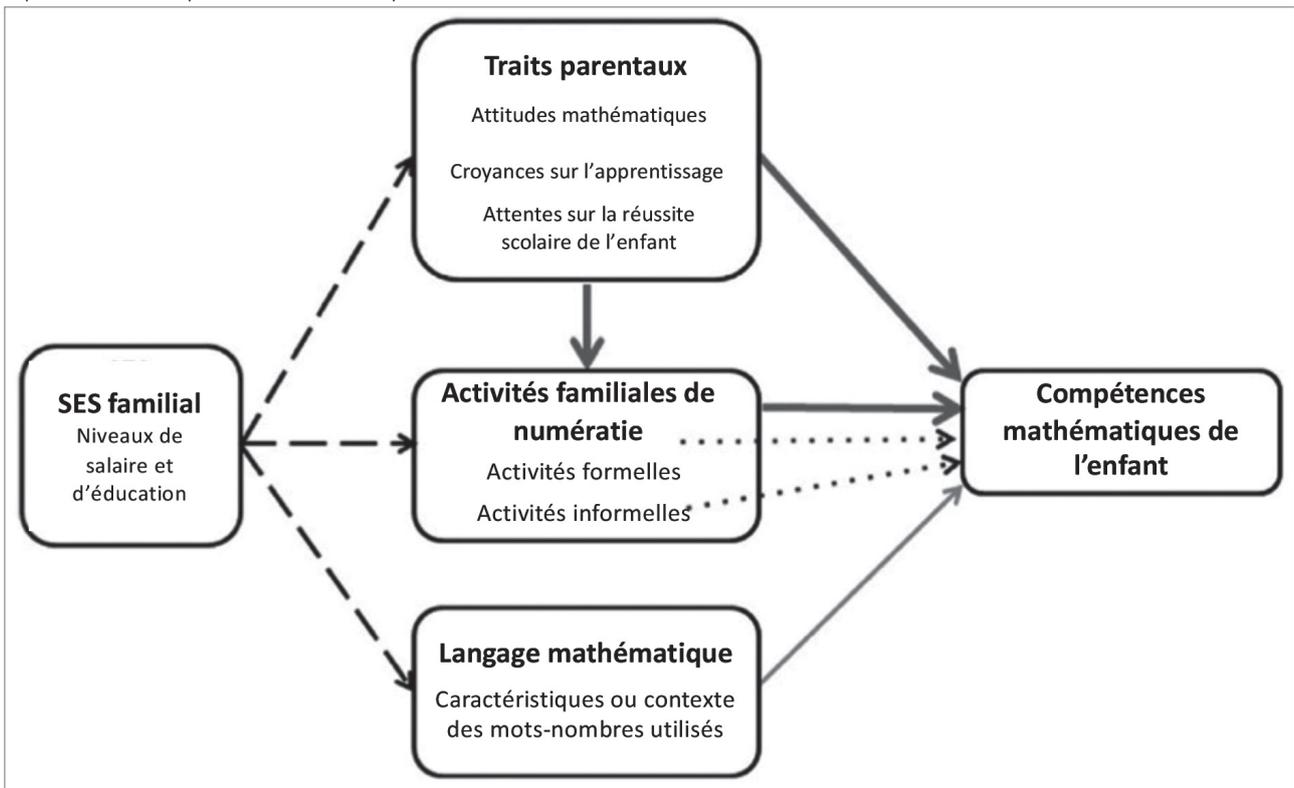
du langage mathématique à la fois en laboratoire et à domicile. Ces données leur ont permis de souligner une dissociation des résultats de langage mathématique selon la situation expérimentale. Plus précisément, les mesures de langage mathématique réalisées à domicile et celles réalisées au laboratoire n'étaient pas corrélées entre elles et seules celles obtenues à domicile étaient liées aux compétences mathématiques des enfants. Pour les auteurs, ces résultats signaleraient que les mesures du langage mathématique obtenues en laboratoire seraient un faible indicateur des pratiques langagières ayant lieu dans le cadre routinier au domicile familial. Au laboratoire, les familles seraient exposées à un matériel de jeu nouveau (potentiellement très différent de celui disponible au domicile familial) et pourraient ainsi chercher davantage à explorer et discuter les caractéristiques de celui-ci (Thippana *et al.*, 2020). Sans contester la pertinence des mesures de langage mathématique réalisées en laboratoire, les interactions enregistrées à partir de ces contextes structurés pourraient refléter un processus sous-jacent très différent de celui mesuré lors des enregistrements au domicile dans un contexte plus familial. À travers cette dichotomie observée entre leurs mesures de langage mathématique, Thippana et collaborateurs (2020) ont attiré l'attention sur l'importance de considérer le type d'activités à partir desquelles les mesures de langage mathématique sont réalisées (notamment la manipulation d'objets familiers comparativement à celle d'objets nouveaux ; Thippana *et al.*, 2020).

La prise en compte des traits parentaux

Pour réduire l'hétérogénéité des résultats obtenus, il pourrait être informatif de décentrer la focale des seules stimulations familiales dans le domaine de la numération (ce que les parents « font ») pour également identifier certains traits parentaux susceptibles de jouer un rôle important (c'est-à-dire ce que les parents « sont » ; *figure 2* ; pour revue voir Elliott & Bachman, 2018).

Dans un article de revue, Dowker (2021) exposait ainsi un véritable argumentaire sur la nécessité d'intégrer aux modèles d'environnement familial de numération des variables, souvent négligées, concernant les cognitions parentales vis-à-vis des mathématiques. Dans plusieurs études (De Keyser *et al.*, 2020 ; DeFlorio & Beliakoff, 2015 ; Elliott *et al.*, 2017 ; Kleemans *et al.*, 2012 ; LeFevre *et al.*, 2009 ; Río *et al.*, 2017 ; Skwarchuk *et al.*, 2014 ; Wei

Figure 2. Schéma inspiré de Elliott et al. (2018) représentant leur conceptualisation qualifiée « d'hybride » des liens entre les caractéristiques distales et proximales de l'environnement familial (SES, traits parentaux, activités familiales de numératie et langage mathématique) avec les compétences mathématiques des enfants.



et al., 2020), les attentes parentales concernant la réussite scolaire ont été évaluées en demandant aux parents d'indiquer l'importance attribuée au fait que leur enfant acquiert diverses compétences spécifiques avant une étape ultérieure de sa scolarité. Ces attentes sont majoritairement évaluées en demandant aux parents d'indiquer sur une échelle d'importance en cinq points (allant de « pas du tout important » à « extrêmement important »), l'importance de certains repères d'acquisition. Par exemple, Skwarchuk et al. (2014) demandaient aux parents l'importance que leur enfant sache, avant leur entrée en CP, « compter jusqu'à 10 », « compter jusqu'à 100 », « lire des nombres jusqu'à 100 », « réaliser des additions simples », « compter jusqu'à 1 000 » ou « connaître les multiplications ». La notion d'attitude vis-à-vis des mathématiques fait davantage référence au rapport qu'entretient personnellement chacun des parents avec les mathématiques. L'attitude vis-à-vis des mathématiques pourrait se définir par sa composante émotionnelle, autrement dit le sentiment éprouvé face aux mathématiques (Dowker, 2021). Les sentiments éprouvés vis-à-vis des mathématiques présentent en effet une grande variabilité en population générale, allant d'un sentiment de plaisir, d'indifférence jusqu'à un sentiment de peur ou de rejet, aussi appelé « anxiété des mathématiques ». Enfin, quelques études ont par ailleurs mesuré

et intégré les compétences des parents en mathématiques dans l'étude de la relation entre environnement familial de numératie et compétences mathématiques de l'enfant (pour l'importance d'intégrer ces mesures, voir notamment Hart et al., 2021).

L'ensemble de ces différents traits parentaux pourraient participer aux compétences des enfants de façon directe ou indirecte. Certaines études ont ainsi mis en évidence des résultats en faveur d'une relation entre les traits parentaux et les caractéristiques quantifiables des stimulations de numératie. Par exemple, dans l'étude de Susperreguy et al. (2020), les déclarations de plusieurs centaines de parents chiliens concernant leurs attentes vis-à-vis de la réussite de leur enfant de 5 ans étaient directement corrélées à la fréquence à laquelle ils déclaraient réaliser différentes activités.

Une seconde voie d'influence directe correspondrait aux études ayant mis en évidence des résultats en faveur d'un lien entre les traits parentaux et les habiletés numériques des enfants. C'est par exemple le cas dans l'étude de Segers et al. (2015) qui a permis d'établir une relation entre les attentes parentales et les scores mathématiques de 60 enfants néerlandais de 5 ans. Pour cette seconde voie, différentes interprétations semblent possibles. Une première pourrait être que les traits parentaux

seraient liés aux compétences des enfants via leurs relations avec des stimulations de numération (de façon indirecte), mais à un niveau non objectivable. En effet, il serait vain d'imaginer capturer l'entièreté des variations possibles des stimulations familiales de numération, notamment dans leurs aspects qualitatifs. Les traits parentaux pourraient aussi être liés aux compétences des enfants via leurs relations avec d'autres types de stimulations familiales (non liées aux aspects de numération, ou même d'apprentissage). Enfin, une dernière possibilité serait que certains traits parentaux pourraient être liés aux compétences des enfants par un phénomène d'héritabilité, indépendant des stimulations familiales (de façon directe). Récemment, ont été formulées des recommandations sur le type d'analyse statistique à privilégier (de type régression) pour explorer les relations entre différents indicateurs de l'environnement familial et compétences des enfants (Hart et al., 2021). Il était ainsi souligné que les variables familiales étudiées devaient toujours être considérées et étudiées comme une chaîne d'interdépendances. Le recours à des modèles statistiques ne comprenant qu'une partie de ces variables pourrait faire courir le risque de se méprendre sur le rôle attribué à une de ces caractéristiques plutôt qu'à une autre. Cependant, la majorité des études ont examiné ces relations de façon très parcellaire. Peu d'entre elles ont proposé l'étude conjointe des relations entre l'ensemble de traits parentaux, des stimulations de numération familiales et les compétences numériques des enfants (Pan et al., 2018), ce qui explique les formalisations récentes encourageant à davantage d'études complètes sur l'ensemble des différentes facettes de l'environnement familial de numération (Dowker, 2021 ; Napoli et al., 2021 ; Susperreguy, Douglas et al., 2020).

Études interventionnelles

Jusqu'à présent, dans cette revue, l'ensemble des études mentionnées relèvent d'un dispositif exclusivement observationnel (avec des analyses statistiques de type corrélation). Ces études ne permettent donc pas de conclure avec certitude à une quelconque causalité des relations qui lient caractéristiques familiales et compétences mathématiques mesurées chez l'enfant. La réalisation de plusieurs études interventionnelles a néanmoins permis d'explorer, avec succès, la causalité de ces relations.

Ces études interventionnelles peuvent être répertoriées selon les variables ciblées au sein de l'environnement familial de numération. Ainsi un premier type d'intervention a consisté à

enrichir les croyances parentales, aussi bien sur le développement des compétences numériques chez l'enfant que sur les voies possibles d'enrichissement des stimulations réalisées au sein de leur foyer dans le domaine de la numération. Les conséquences de ces interventions ont été mesurées à la fois sur les stimulations numériques effectivement réalisées par ces parents, mais aussi sur la progression des compétences mathématiques chez leur enfant (comparativement aux groupes contrôles, sans guidage initial ; Niklas et al., 2016 ; Vandermaas-Peeler et al., 2012).

Un deuxième type d'intervention a consisté à encourager la réalisation d'activités familiales de numération : en passant par l'usage de jeux (Cheung & McBride-Chang, 2015 ; Ramani & Scalise, 2020) ou la lecture de livres avec des nombres (Gibson et al., 2020), jusqu'à l'usage d'application sur tablette (Berkowitz et al., 2015 ; Schaeffer et al., 2018). Ces interventions ont permis d'objectiver une augmentation des stimulations numériques (que ce soit par le langage employé ou les activités réalisées), mais également un bénéfice se traduisant par l'augmentation des compétences mathématiques des enfants des groupes expérimentaux.

Un premier enseignement majeur de ces études consiste en la mise en évidence d'une relation causale de l'environnement familial de numération sur les compétences mathématiques des enfants. L'étude de Cheung et McBride-Chang (2015) a permis de mettre en évidence la supériorité d'une intervention qui couple les croyances parentales et les activités familiales. En effet, parmi les enfants de 3 à 4 ans qui jouaient en famille, ceux qui progressaient davantage dans leurs compétences mathématiques étaient ceux dont les parents avaient reçu une formation sur comment utiliser le jeu pour optimiser le bénéfice de leur enfant (comparativement aux parents ayant joué sans formation préalable). Par ailleurs, l'application de la notion de *zone proximale de développement* dans le champ des activités familiales garde toute son importance. Dans l'étude de Gibson et collaborateurs (2020) différents groupes d'enfants de 3 ans étaient étudiés (celui utilisant avec leurs parents des livres comportant des petits nombres, 1 à 3, celui avec des livres comportant des grands nombres, 4 à 6, et le groupe contrôle) et seul le groupe qui avait réalisé une activité adaptée au niveau initial des enfants entraînait une progression significative des compétences numériques chez ces derniers (c'est-à-dire, le groupe avec les livres contenant des petits nombres). Enfin, l'intervention familiale ne pourrait se substituer à celle de l'école puisqu'une étude

réalisée auprès d'une large population d'enfants européens (âgés de 4 à 6 ans) a montré la supériorité d'une intervention basée sur un jeu mathématique qui implique l'école et les familles (par rapport à celle qui impliquerait l'école seulement ; de Chambrier *et al.*, 2021).

Conclusion

En conclusion, il pourrait donc exister une relation spécifiquement mathématique liant la cognition numérique chez l'enfant et les caractéristiques de l'environnement familial dédié au domaine des mathématiques (Girard *et al.*, 2021). Les influences familiales sont multiples et loin de se limiter aux seuls domaines du langage et de la littérature. Au contraire, il semblerait exister une spécificité des apports mathématiques familiaux, dont les mécanismes doivent faire l'objet d'études futures (pouvant par exemple utiliser la neuroimagerie, Girard *et al.*, 2022). En outre, la grande majorité des recherches a porté sur des enfants avant le début de la scolarisation élémentaire (ou au tout début de celle-ci, en CP ; Daucourt *et al.*, 2021). D'autres travaux sont donc nécessaires pour comprendre le rôle de l'environnement familial dans les compétences en mathématiques chez les enfants plus âgés, au fur et à mesure qu'ils découvrent des concepts mathématiques plus complexes. En outre, face à l'hétérogénéité des résultats observés, il paraît capital de veiller à réduire la grande flexibilité analytique des études futures (Simmons *et al.*, 2011). Leur pré-enregistrement (c'est-à-dire le fait d'enregistrer, avant de connaître les résultats de l'étude, la façon dont l'étude va être menée et comment les mesures et analyses vont être réalisées) permettrait notamment de dissocier les analyses confirmatoires de celles exploratoires.

Au final, si les apprentissages mathématiques sont avant tout un enjeu scolaire, il semble important de veiller au renouvellement de la compréhension des inégalités scolaires en mathématiques à partir de l'étude des mécanismes familiaux. Identifier, déconstruire, préciser et comprendre les mécanismes sous-jacents aux disparités socio-économiques au sein des compétences mathématiques apparaît comme un enjeu crucial pour concevoir des programmes de prévention et de remédiation efficaces (Crook & Evans, 2014 ; Noble *et al.*, 2005). En effet, il n'existe pas à ce jour de véritables politiques publiques visant à informer et sensibiliser les familles sur l'importance des pratiques présentant un contenu mathématique (à l'inverse, par exemple, d'informations nombreuses diffusées sur les stimulations lan-

gagières). À titre d'illustration, la « Malette des parents », outil créé par le ministère de l'Éducation nationale et dédié aux parents et professionnels de l'éducation, permet d'informer les familles sur leur rôle dans l'acquisition de la lecture et de l'écriture chez leur enfant, au détriment cependant de toute information sur le rôle qu'ils peuvent également jouer dans l'apprentissage des mathématiques. Par ailleurs, le déploiement à travers l'ensemble du territoire d'un plus grand nombre de ludothèques, aujourd'hui 10 fois moins nombreuses en France que les bibliothèques (ALF Bretagne, 2013 ; ministère de la Culture, 2021), pourraient participer à un essor des pratiques familiales de numératie informelles. Sur le versant clinique, les résultats de ces études devraient permettre d'enrichir l'analyse des situations familiales chez les enfants présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques (notamment en cherchant à mesurer les pratiques parentales, mais également leurs attitudes ou attentes vis-à-vis des mathématiques). Les apports des recherches menées jusqu'à présent pourraient aussi participer à guider l'identification de leviers pour l'accompagnement parental (en proposant par exemple l'usage de certains jeux ou livres favorisant les échanges mathématiques ludiques), accompagnement pouvant désormais être proposé par les orthophonistes. Enfin, en termes de politiques éducatives, la compréhension de ces mécanismes familiaux est tout à fait pertinente au regard du référentiel de l'Éducation nationale qui place désormais la « coopération avec les parents d'élèves » comme une des compétences fondamentales, au sein du référentiel de « compétences professionnelles » à maîtriser par les professeurs des écoles (ministère de l'Éducation nationale, 2013), supposant ainsi un phénomène de « coéducation » entre école et famille (Maire Sandoz, 2017).

RÉFÉRENCES

- ALF Bretagne (2013). *Mises en jeux : La ludothèque, un espace de lien social et de soutien à la fonction parentale*. Caf.
- Andreu, S., Ben Ali, L., Bret, A., Dos Santos, R., Durand de Monestrol, H., Lambert, K., M'Bafoumou, A., Paillet, V., Rocher, T., & Vourc'h, R. (2021). 800 000 élèves évalués en début de sixième en 2020 : Des performances en hausse, mais toujours contrastées selon les caractéristiques des élèves et des établissements. DEPP, Paris.
- Bachman, H. J., Elliott, L., Duong, S., Betancur, L., Navarro, M. G., Votruba-Drzal, E., & Libertus, M. (2020). Triangulating Multi-Method Assessments of Parental Support for Early Math Skills. *Frontiers in Education*, 5. <https://doi.org/10.3389/educ.2020.589514>
- Bautier, É. (2006). *Apprendre à l'école, apprendre l'école : Des risques de construction d'inégalités dès la maternelle*. Chronique sociale.
- Benavides-Varela, S., Butterworth, B., Burgio, F., Arcara, G., Lucangeli, D., & Semenza, C. (2016). Numerical Activities and Information Learned at Home Link to the Exact Numeracy Skills in 5-6 Years-Old Children. *Frontiers in Psychology*, 7. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00094>
- Berkowitz, T., Schaeffer, M. W., Maloney, E. A., Peterson, L., Gregor, C., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Math at home adds up to achievement in school. *Science*, 350(6257), 196-198. <https://doi.org/10.1126/science.aac7427>
- Bourdieu, P., & Passeron, J.-C. (1964). *Les Héritiers : Les étudiants et la culture*. Les Éditions de Minuit.
- Bourdieu, P., & Passeron, J.-C. (1970). *La Reproduction. Éléments d'une théorie du système d'enseignement*. Les Éditions de Minuit.
- Bradley, R. H., & Caldwell, B. M. (1984). The HOME Inventory and family demographics. *Developmental Psychology*, 20(2), 315-320. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.20.2.315>
- Bradley, R. H., & Corwyn, R. F. (2006). The Family Environment. In L. Balter, C. Tamis-LeMonda (Eds.), *Child Psychology a Handbook of Contemporary Issues* (pp. 493-520).
- Caldwell, B. M., & Bradley, R. H. (1979). *Home observation for measurement of the environment*. University of Arkansas at Little Rock Little Rock.
- Casey, B. M., Lombardi, C. M., Thomson, D., Nguyen, H. N., Paz, M., Theriault, C. A., & Dearing, E. (2018). Maternal Support of Children's Early Numerical Concept Learning Predicts Preschool and First-Grade Math Achievement. *Child Development*, 89(1), 156-173. <https://doi.org/10.1111/cdev.12676>
- Cheung, S. K., & McBride-Chang, C. (2015). Evaluation of a Parent Training Program for Promoting Filipino Young Children's Number Sense with Number Card Games. *Child Studies in Asia-Pacific Contexts*, 5(1), 39-49. <https://doi.org/10.5723/csac.2015.5.1.039>
- Cheung, S. K., Yang, X., Dulay, K. M., & McBride, C. (2018). Family and individual variables associated with young Filipino children's numeracy interest and competence. *British Journal of Developmental Psychology*, 36(2), 334-353.
- Ciping, D., Silinskas, G., Wei, W., & Georgiou, G. K. (2015). Cross-lagged relationships between home learning environment and academic achievement in Chinese. *Early Childhood Research Quarterly*, 33, 12-20. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.05.001>
- Connolly, A. J. (1998). *KeyMath Revised, NU: A Diagnostic Inventory of Essential Mathematics*. American Guidance Service.
- Cortés Pascual, A., Moyano Muñoz, N., & Quílez Robres, A. (2019). The Relationship Between Executive Functions and Academic Performance in Primary Education: Review and Meta-Analysis. *Frontiers in Psychology*, 0. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.01582>
- Crook, S. R., & Evans, G. W. (2014). The role of planning skills in the income-achievement gap. *Child Development*, 85(2), 405-411. <https://doi.org/10.1111/cdev.12129>
- Darmon, M. (2001). La socialisation, entre famille et école. Observation d'une classe de première année de maternelle. *Societes Representations*, 1, 515-538.
- Daucourt, M. C., Napoli, A. R., Quinn, J. M., Wood, S. G., & Hart, S. A. (2021). The Home Math Environment and Children's Math Achievement: A Meta-Analysis. *Psychological Bulletin*, 147(6), 565-596.
- De Keyser, L., Bakker, M., Rathé, S., Wijns, N., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & De Smedt, B. (2020). No Association Between the Home Math Environment and Numerical and Patterning Skills in a Large and Diverse Sample of 5- to 6-year-olds. *Frontiers in Psychology*, 11, 547-626. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.547626>
- de Chambrier, A.-F., Baye, A., Tinnes-Vigne, M., Tazouti, Y., Vlassis, J., Poncelet, D., Giauque, N., Fagnant, A., Luxembourger, C., Auquièrre, A., Kerger, S., & Dierendonck, C. (2021). Enhancing children's numerical skills through a play-based intervention at kindergarten and at home: A quasi-experimental study. *Early Childhood Research Quarterly*, 54, 164-178. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.09.003>
- DeFlorio, L., & Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic Status and Preschoolers' Mathematical Knowledge: The Contribution of Home Activities and Parent Beliefs. *Early Education and Development*, 26(3), 319-341. <https://doi.org/10.1080/10409289.2015.968239>
- DePascale, M., Prather, R., & Ramani, G. B. (2021). Parent and child spontaneous focus on number, mathematical abilities, and mathematical talk during play activities. *Cognitive Development*, 59, 101076. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2021.101076>
- Douglas, A.-A., Zippert, E. L., & Rittle-Johnson, B. (2019). Parent-Child Talk about Early Numeracy: The Role of Context and Parents' Math Beliefs. *Iris Journal of Scholarship*, 1, 48-68. <https://doi.org/10.15695/iris.v1i0.4659>
- Dowker, A. (2021). Home Numeracy and Preschool Children's Mathematical Development: Expanding Home Numeracy Models to Include Parental Attitudes and Emotions. *Frontiers in Education*, 0. <https://doi.org/10.3389/educ.2021.575664>
- Dubet, F. (1997). *École-Familles : Le malentendu*. Textuel.
- Dunst, C. J., Hamby, D. W., Wilkie, H., & Dunst, K. S. (2017). Meta-Analysis of the Relationship Between Home and Family Experiences and Young Children's Early Numeracy Learning. In S. Phillipson, A. Gervasoni, & P. Sullivan (Eds.), *Engaging Families as Children's First Mathematics Educators : International Perspectives* (p. 105-125). Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-10-2553-2_7
- Elliott, L., & Bachman, H. J. (2018). SES disparities in early math abilities: The contributions of parents' math cognitions, practices to support math, and math talk. *Developmental Review*, 49, 1-15. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2018.08.001>
- Elliott, L., Braham, E. J., & Libertus, M. E. (2017). Understanding sources of individual variability in parents' number talk with young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 159, 1-15. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.01.011>
- Galindo, C., & Sonnenschein, S. (2015). Decreasing the SES math achievement gap: Initial math proficiency and home learning environments. *Contemporary Educational Psychology*, 43, 25-38. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.08.003>
- Garcia, S. (2018). *Le goût de l'effort : La construction familiale des dispositions scolaires*. Presses Universitaires de France.
- Gibson, D. J., Gunderson, E. A., & Levine, S. C. (2020). Causal Effects of Parent Number Talk on Preschoolers' Number Knowledge. *Child development*, 91(6), 1162-1177.
- Girard, C., Bastelica, T., Léone, J., Epinat-Duclos, J., Longo, L., & Prado, J. (2021). The relation between home numeracy practices and a variety of math skills in elementary school children. *PLOS ONE*, 16(9), e0255400. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0255400>
- Girard, C., Bastelica, T., Léone, J., Epinat-Duclos, J., Longo, L., & Prado, J. (2022). Nurturing the Mathematical Brain: Home Numeracy Practices Are Associated With Children's Neural Responses to Arabic Numerals. *Psychological Science*, 33(2), 196-211. <https://doi.org/10.1177/09567976211034498>
- Gunderson, E. A., & Levine, S. C. (2011). Some types of parent number talk count more than others: Relations between parents' input and children's cardinal-number knowledge. *Developmental Science*, 14(5), 1021-1032. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2011.01050.x>
- Hart, S. A., Little, C., & Bergen, E. van (2021). Nurture might be nature: Cautionary tales and proposed solutions. *Npj Science of Learning*, 6(1), 1-12. <https://doi.org/10.1038/s41539-020-00079-z>
- Henri-Panabière, G. (2010). *Des « héritiers » en échec scolaire*. La dispute.
- Huang, Q., Zhang, X., Liu, Y., Yang, W., & Song, Z. (2017). The contribution of parent-child numeracy activities to young Chinese children's mathematical ability. *The British Journal of Educational Psychology*, 87(3), 328-344. <https://doi.org/10.1111/bjep.12152>
- Huntsinger, C. S., Jose, P. E., & Luo, Z. (2016). Parental facilitation of early mathematics and reading skills and knowledge through encouragement of home-based activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 37(Supplement C), 1-15. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.005>
- Huttenlocher, J., Jordan, N. C., & Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123(3), 284.

- Kleemans, T., Peeters, M., Segers, E., & Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly*, 27(3), 471-477. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2011.12.004>
- Krajewski, K., Küspert, P., Schneider, W., & Schneider, W. (2002). *DEMAT 1+ : Deutscher Mathematiktest für erste Klassen*. Beltz.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2005). Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. *Diagnostik von Mathematikleistungen*, 49-70.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19(6), 513-526. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.10.002>
- Lahire, B. (2005). Fabriquer un type d'homme « autonome » : analyse des dispositifs scolaires. *L'esprit sociologique*, 322-347.
- Lahire, B. (2012). Monde pluriel. Penser l'unité des sciences sociales. Seuil.
- Lahire, B. (2019). *Enfances de classe. De l'inégalité parmi les enfants*. Édition du seuil.
- LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of Performance. *Child Development*, 81(6), 1753-1767. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x>
- LeFevre, J.-A., Polyzoi, E., Skwarchuk, S.-L., Fast, L., & Sowinski, C. (2010). Do Home Numeracy and Literacy Practices of Greek and Canadian Parents Predict the Numeracy Skills of Kindergarten Children? *International Journal of Early Years Education*, 18(1), 55-70. <https://doi.org/10.1080/09669761003693926>
- LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home Numeracy Experiences and Children's Math Performance in the Early School Years. *Canadian Journal of Behavioural Science/Revue canadienne des sciences du comportement*, 41, 55-66. <https://doi.org/10.1037/a0014532>
- Lehrl, S., Ebert, S., Blaurock, S., Rossbach, H.-G., & Weinert, S. (2020). Long-term and domain-specific relations between the early years home learning environment and students' academic outcomes in secondary school. *School Effectiveness and School Improvement*, 31(1), 102-124. <https://doi.org/10.1080/09243453.2019.1618346>
- Levine, S. C., Suriyakham, L. W., Rowe, M. L., Huttenlocher, J., & Gunderson, E. A. (2010). What counts in the development of young children's number knowledge? *Developmental Psychology*, 46(5), 1309-1319. <https://doi.org/10.1037/a0019671>
- Lombardi, C. M., & Dearing, E. (2020). Maternal Support of Children's Math Learning in Associations Between Family Income and Math School Readiness. *Child Development*, 92(1), 39-55. <https://doi.org/10.1111/cdev.13436>
- Maire Sandoz, M.-O. (2017). Professionnaliser les relations école-famille. *Administration & Éducation*, 153(1), 37-42. Cairn.info. <https://doi.org/10.3917/admed.153.0037>
- Ministère de la Culture (2021). *Les bibliothèques publiques*. <https://www.culture.gouv.fr/Sites-thematiques/Livre-et-lecture/Les-bibliotheques-publiques>
- Ministère de l'Éducation nationale (2013). Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation : Bulletin officiel n°30 du 25 juillet 2013. *Bulletin officiel n°30*. <https://www.education.gouv.fr/bo/13/Hebdo30/MENE1315928A.htm>
- Missall, K., Hojniski, R. L., Caskie, G. I. L., & Repasky, P. (2015). Home Numeracy Environments of Preschoolers: Examining Relations Among Mathematical Activities, Parent Mathematical Beliefs, and Early Mathematical Skills. *Early Education and Development*, 26(3), 356-376. <https://doi.org/10.1080/10409289.2015.968243>
- Mutaf-Yıldız, B., Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2018a). Frequency of Home Numeracy Activities Is Differentially Related to Basic Number Processing and Calculation Skills in Kindergartners. *Frontiers in Psychology*, 9, 340. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00340>
- Mutaf-Yıldız, B., Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2018b). Investigating the relationship between two home numeracy measures: A questionnaire and observations during Lego building and book reading. *The British Journal of Developmental Psychology*. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12235>
- Mutaf-Yıldız, B., Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2020). Probing the Relationship Between Home Numeracy and Children's Mathematical Skills: A Systematic Review. *Frontiers in Psychology*, 11, 2074. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.02074>
- Napoli, A. R., Korucu, I., Lin, J., Schmitt, S. A., & Purpura, D. J. (2021). Characteristics Related to Parent-Child Literacy and Numeracy Practices in Preschool. *Frontiers in Education*, 0. <https://doi.org/10.3389/educ.2021.535832>
- Niklas, F., Cöhrssen, C., & Tayler, C. (2016). Improving Preschoolers' Numerical Abilities by Enhancing the Home Numeracy Environment. *Early Education and Development*, 27(3), 372-383. <https://doi.org/10.1080/10409289.2015.1076676>
- Niklas, F., & Schneider, W. (2014). Casting the die before the die is cast: The importance of the home numeracy environment for preschool children. *European Journal of Psychology of Education*, 29(3), 327-345. <https://doi.org/10.1007/s10212-013-0201-6>
- Ninnin, L.-M., & Salles, F. (2020). *Cedre 2008-2014-2019. Mathématiques en fin de collège : Des résultats en baisse*. DEPP.
- Noble, K. G., Norman, M. F., & Farah, M. J. (2005). Neurocognitive correlates of socioeconomic status in kindergarten children. *Developmental Science*, 8(1), 74-87. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2005.00394.x>
- OCDE (2019). *PISA 2018 Results* (Volume I). <https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/5f07c754-en>
- Pan, Y., Yang, Q., Li, Y., Liu, L., & Liu, S. (2018). Effects of family socioeconomic status on home math activities in urban China: The role of parental beliefs. *Children and Youth Services Review*, 93, 60-68.
- Purpura, D. J., Baroody, A. J., & Lonigan, C. J. (2013). The transition from informal to formal mathematical knowledge: Mediation by numeral knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 453-464. <https://doi.org/10.1037/a0031753>
- Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 259-268. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.12.020>
- Ramani, G. B., Rowe, M. L., Eason, S. H., & Leech, K. A. (2015). Math Talk During Informal Learning Activities in Head Start Families. *Cognitive Development*, 35, 15-33. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2014.11.002>
- Ramani, G. B., & Scalise, N. R. (2020). It's more than just fun and games: Play-based mathematics activities for Head Start families. *Early Childhood Research Quarterly*, 50, 78-89. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.011>
- Río, M. F. del, Susperreguy, M. I., Strasser, K., & Salinas, V. (2017). Distinct Influences of Mothers and Fathers on Kindergartners' Numeracy Performance: The Role of Math Anxiety, Home Numeracy Practices, and Numeracy Expectations. *Early Education and Development*, 28(8), 939-955. <https://doi.org/10.1080/10409289.2017.1331662>
- Schaeffer, M. W., Rozek, C. S., Berkowitz, T., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2018). Disassociating the relation between parents' math anxiety and children's math achievement: Long-term effects of a math app intervention. *Journal of Experimental Psychology: General*, 147(12), 1782-1790. <https://doi.org/10.1037/xge0000490>
- Segers, E., Kleemans, T., & Verhoeven, L. (2015). Role of Parent Literacy and Numeracy Expectations and Activities in Predicting Early Numeracy Skills. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(2-3), 219-236. <https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1016819>
- Sénéchal, M., & LeFevre, J.-A. (2002). Parental involvement in the development of children's reading skill: A five-year longitudinal study. *Child Development*, 73(2), 445-460. <https://doi.org/10.1111/1467-8624.00417>
- Sénéchal, M., & LeFevre, J.-A. (2014). Continuity and Change in the Home Literacy Environment as Predictors of Growth in Vocabulary and Reading. *Child Development*, 85(4), 1552-1568. <https://doi.org/10.1111/cdev.12222>
- Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge: The common core of numerical development. *Developmental Science*, 19(3), 341-361.
- Silinskas, G., Di Lonardo, S., Douglas, H., Xu, C., LeFevre, J.-A., Garkcija, R., Gabrielaviciute, I., & Raiziene, S. (2020). Responsive home numeracy as children progress from kindergarten through Grade 1. *Early Childhood Research Quarterly*, 53, 484-495. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.06.003>
- Silver, A. M., Elliott, L., & Libertus, M. E. (2021). When beliefs matter most: Examining children's math achievement in the context of parental math

- anxiety. *Journal of Experimental Child Psychology*, 201, 104992. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.104992>
- Simmons, J. P., Nelson, L. D., & Simonsohn, U. (2011). False-Positive Psychology: Undisclosed Flexibility in Data Collection and Analysis Allows Presenting Anything as Significant. *Psychological Science*, 22(11), 1359-1366. <https://doi.org/10.1177/0956797611417632>
- Skwarchuk, S.-L., Sowinski, C., & LeFevre, J.-A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of Experimental Child Psychology*, 121, 63-84. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.11.006>
- Susperreguy, M. I., Burr, S. D. L., Xu, C., Douglas, H., & LeFevre, J.-A. (2020). Children's Home Numeracy Environment Predicts Growth of their Early Mathematical Skills in Kindergarten. *Child Development*, 91(5), 1663-1680. <https://doi.org/10.1111/cdev.13353>
- Susperreguy, M. I., & Davis-Kean, P. E. (2016). Maternal Math Talk in the Home and Math Skills in Preschool Children. *Early Education and Development*, 27(6), 841-857. <https://doi.org/10.1080/10409289.2016.1148480>
- Susperreguy, M. I., Douglas, H., Xu, C., Molina-Rojas, N., & LeFevre, J.-A. (2020). Expanding the Home Numeracy Model to Chilean children: Relations among parental expectations, attitudes, activities, and children's mathematical outcomes. *Early Childhood Research Quarterly*, 50, 16-28. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.06.010>
- Susperreguy, M. I., Jiménez Lira, C., Xu, C., LeFevre, J.-A., Blanco Vega, H., Benavides Pando, E. V., & Ornelas Contreras, M. (2021). Home Learning Environments of Children in Mexico in Relation to Socioeconomic Status. *Frontiers in Psychology*, 12. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.626159>
- Tazouti, Y., Thomas, A., & Hoareau, L. (2020). Les programmes d'intervention pour les compétences en littératie et en numératie au préscolaire. *La revue internationale de l'éducation familiale*, 47(1), 33-52.
- Thippana, J., Elliott, L., Gehman, S., Libertus, K., & Libertus, M. E. (2020). Parents' use of number talk with young children: Comparing methods, family factors, activity contexts, and relations to math skills. *Early Childhood Research Quarterly*, 53, 249-259. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.05.002>
- Van Luit, J. E., & Van de Rijt, B. (2009). *Utrecht Early Numeracy Test-Revised* [Utrechtse Getalbegrip Toets-Revised]. Apeldoorn.
- Vandermaas-Peeler, M., Boomgarden, E., Finn, L., & Pittard, C. (2012). Parental Support of Numeracy during a Cooking Activity with Four-Year-Olds. *International Journal of Early Years Education*, 20(1), 78-93. <https://doi.org/10.1080/09669760.2012.663237>
- Vandermaas-Peeler, M., Nelson, J., Bumpass, C., & Sassine, B. (2009). Numeracy-Related Exchanges in Joint Storybook Reading and Play. *International Journal of Early Years Education*, 17(1), 67-84. <https://doi.org/10.1080/09669760802699910>
- Vasilyeva, M., Laski, E., Veraksa, A., Weber, L., & Bukhalenkova, D. (2018). Distinct Pathways From Parental Beliefs and Practices to Children's Numeric Skills. *Journal of Cognition and Development*, 19(4), 345-366. <https://doi.org/10.1080/15248372.2018.1483371>
- Von Aster, M., & Dellatolas, G. (2005). ZAREKI-R : Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant. ECPA/Pearson.
- Vygotsky, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.
- Wei, W., Li, Y., & Su, H.-Y. (2020). Predicting the growth patterns in early mathematics achievement from cognitive and environmental factors among Chinese kindergarten children. *Learning and Individual Differences*, 79, 101841. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2020.101841>
- Whitehurst, G. J., & Lonigan, C. J. (1998). Child Development and Emergent Literacy. *Child Development*, 69(3), 848-872. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.1998.tb06247.x>
- Zhou, X., Huang, J., Wang, Z., Wang, B., Zhao, Z., Yang, L., & Yang, Z. (2006). Parent-child interaction and children's number learning. *Early Child Development and Care*, 176(7), 763-775. <https://doi.org/10.1080/03004430500232680>
- Zippert, E. L., Douglas, A.-A., Smith, M. R., & Rittle-Johnson, B. (2020). Preschoolers' broad mathematics experiences with parents during play. *Journal of Experimental Child Psychology*, 192, 104757. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.104757>
- Zippert, E. L., & Ramani, G. B. (2016). Parents' Estimations of Preschoolers' Number Skills Relate to at-Home Number-Related Activity Engagement. *Infant and Child Development*, 26(2), e1968. <https://doi.org/10.1002/icd.1968>