COMMENT LA DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES PEUT-ELLE INFORMER L'ÉTUDE DE LA COGNITION NUMÉRIQUE ? L'EXEMPLE D'UNE ÉTUDE COLLABORATIVE AUTOUR DE LA PÉDAGOGIE MONTESSORI À L'ÉCOLE MATERNELLE

Marie-Line Gardes, Marie-Caroline Croset, Philippine Courtier, Jérôme Prado

Université de Genève | « Raisons éducatives »

2021/1 N° 25 | pages 237 à 259

ISSN 1375-4459
ISBN 9782940655014
DOI 10.3917/raised.025.0237

Gardes, M.-L., Croset, M.-C., Courtier, P., & Prado, J. (2021). Comment la didactique des mathématiques peut-elle informer l'étude de la cognition numérique ? L'exemple d'une étude collaborative autour de la pédagogie Montessori à l'école maternelle. *Raisons éducatives*, *25*, 237–259 https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

Comment la didactique des mathématiques peut-elle informer l'étude de la cognition numérique ? L'exemple d'une étude collaborative autour de la pédagogie Montessori à l'école maternelle

Marie-Line Gardes, Marie-Caroline Croset, Philippine Courtier, Jérôme Prado

CNRS et Université de Lyon

RÉSUMÉ – Les études sur l'apprentissage des mathématiques ont tout à gagner de regards croisés et pluridisciplinaires, notamment entre les sciences cognitives et les sciences de l'éducation. Plus particulièrement, la didactique des mathématiques semble pertinente pour apporter des informations complémentaires à l'étude de la cognition numérique. Dans cet article, nous présentons les points de convergences et les spécificités de chacun de ces domaines scientifiques puis nous illustrons les apports d'une approche pluridisciplinaire en discutant d'une étude que nous avons récemment menée sur l'apprentissage des mathématiques au sein de la pédagogie Montessori à l'école maternelle. Nous montrons en quoi le regard didactique a permis de concevoir une méthodologie de recherche à la fois quantitative et qualitative, de questionner et élaborer des outils de mesure et d'interpréter les résultats obtenus.

MOTS CLÉS – cognition numérique, didactique des mathématiques, recherches qualitatives et quantitatives, apprentissage du nombre, Montessori

Introduction : cognition numérique et didactique des mathématiques

L'apprentissage des mathématiques est un processus complexe nécessitant l'acquisition et la maitrise de nombreux concepts et automatismes qui sont pour la plupart acquis dans la salle de classe. Il parait donc naturel de penser que la compréhension de la façon dont les mathématiques sont assimilées et représentées par le cerveau devrait être informée par la façon dont elles sont enseignées aux enfants. Pourtant, le dialogue entre chercheurs en sciences cognitives et chercheurs spécialisés dans l'enseignement des mathématiques a longtemps été peu existant et reste encore rare à l'heure actuelle. Cela est notamment le cas en France, où la communauté de la didactique des mathématiques reste relativement dissociée de la communauté des chercheurs étudiant la cognition numérique.

L'objectif de cet article est de montrer en quoi les recherches sur l'apprentissage des mathématiques peuvent s'enrichir d'un plus grand dialogue entre les champs de la didactique des mathématiques et de l'étude de la cognition numérique. Pour ce faire, nous prenons l'exemple de notre équipe de recherche. Cette équipe est relativement unique en France parce qu'elle est composée de chercheurs en didactique des mathématiques, mais aussi de chercheurs en psychologie et en neurosciences qui s'intéressent à l'étude de la cognition numérique chez l'enfant.

Dans cet article, nous nous proposons d'illustrer les apports de cette approche pluridisciplinaire en discutant d'une étude que nous avons récemment menée sur l'apprentissage des mathématiques dans le cadre de la pédagogie Montessori. Dans une première partie, nous présentons un regard historique sur l'émergence de l'étude de la cognition numérique et de la didactique des mathématiques en tant que domaines de recherche. Dans la seconde partie de l'article, chaque section sera dédiée à l'explicitation d'un moment de l'étude où nous pensons que la didactique des mathématiques a pu enrichir cette recherche, initialement inspirée par une méthodologie issue des sciences cognitives. Cela permettra de comprendre les liens et ruptures, entre autres historiques, entre ces deux domaines et de présenter un certain nombre de notions qui permettront de mieux comprendre notre recherche collaborative.

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

Perspective historique sur l'émergence de l'étude des deux domaines de recherche

L'étude de la cognition numérique

L'étude de la cognition numérique trouve ses fondations dans la « révolution cognitive » des années 1950 et 1960 (Miller, 2003). Ce mouvement a conduit à la transformation en profondeur de la psychologie, avec une perte d'influence du behaviorisme au profit de la psychologie cognitive. Les behavioristes, tels que Skinner, Thorndike, et Watson, considéraient que les activités mentales ne pouvaient pas être directement observables et donc que la psychologie devait se concentrer sur l'étude objective du comportement (le cerveau étant vu comme une boite noire). L'un des inconvénients majeurs de cette approche est qu'elle ne s'intéresse pas à l'étude des processus mentaux, ce qui a fait dire au linguiste Noam Chomsky (une figure majeure de la révolution cognitive) que définir la psychologie comme la science du comportement serait comme définir la physique comme la science de la lecture de mesures (Miller, 2003).

Cette limite majeure, associée à l'émergence des sciences computationnelles et de l'intelligence artificielle, a poussé des linguistes et psychologues comme Chomsky, Wason ou Miller à s'écarter du béhaviorisme pour s'intéresser à l'étude scientifique des processus mentaux, comme la mémoire, l'attention, le langage ou le raisonnement. Étant donné que la cognition numérique peut être vue comme reposant sur la coordination de ces différentes activités mentales, son exploration n'a donc pu être initiée qu'avec la révolution cognitive. Mais cette exploration n'a vraiment pris son essor que dans les années 1980 et 1990 avec notamment l'émergence de modèles théoriques de la cognition numérique humaine (Dehaene & Cohen, 1995 ; McCloskey, Caramazza, & Basili, 1985).

Bien que toute description d'un champ de recherche ait une part de subjectivité, il est intéressant de noter que l'étude de la cognition numérique a été influencée par plusieurs grands domaines au cours des années. Nous nous inspirons ici de la perspective historique de LeFevre (2016), une psychologue qui a joué un rôle majeur dans l'expansion de l'étude de la cognition numérique au cours des dernières décennies.

Une première influence provient de la psychophysique, qui est l'étude des relations entre les stimulus physiques et les sensations et perceptions associées à ces stimulus (Stevens, 2017). Une grande partie des théories classiques dans le domaine de la cognition numérique sont en effet influencées par des mesures comportementales effectuées lors d'expériences de psychophysique. On peut par exemple citer l'effet de distance, qui décrit le fait que lorsque des participants comparent deux nombres, la rapidité et

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

la précision de la comparaison sont affectées par la distance entre les deux nombres (Moyer & Landauer, 1967). La psychophysique garde toujours une place importante dans l'étude de la cognition numérique (Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008).

Une autre approche influente est l'approche s'intéressant au traitement de l'information. Celle-ci a notamment joué un rôle majeur dans la compréhension des représentations et des processus mis en jeu lors du calcul arithmétique (Ashcraft, 1992 ; Fayol & Thevenot, 2012). Par exemple, la mesure chronométrique des temps de réponses associés à la résolution d'opérations arithmétiques élémentaires permet d'éclairer les stratégies et processus mis en jeu par les participants pour résoudre ces opérations. Bien que ce domaine de recherche ait émergé dans les années 1970 (Groen & Parkman, 1972), cette méthode est toujours largement utilisée à l'heure actuelle et reste plus que jamais au cœur de débats importants (Chen & Campbell, 2017).

Une troisième influence vient de la neuropsychologie, qui s'intéresse aux relations entre lésions cérébrales et compétences cognitives. Elle a par exemple permis l'émergence des théories s'intéressant à la représentation des nombres dans l'esprit humain (Dehaene & Cohen, 1995). Les études de neuropsychologie se sont vues largement complétées dans le courant des dernières décennies par les études de neuroimagerie (Ansari, 2008 ; Nieder & Dehaene, 2009).

Une quatrième dimension provient de la psychométrie, c'est-à-dire le domaine de recherche qui s'intéresse à la mesure des performances des individus. Les outils psychométriques sont essentiels aux chercheurs s'intéressant aux différences individuelles vis-à-vis des compétences mathématiques. Par exemple, c'est sur ces mesures que reposent les efforts de définition du trouble de l'acquisition des mathématiques ou dyscalculie (Iuculano, 2016 ; Kaufmann & von Aster, 2012).

Un cinquième domaine est la psychologie développementale. Cette approche a ses racines dans le travail sur l'acquisition du nombre de Jean Piaget (Piaget, 1952), qui postulait que le nombre se construit par stades successifs au cours du développement. L'un des tournants théoriques majeurs de ces dernières décennies a été la remise en cause de cette vision. Notamment, certaines expériences de psychologie développementale suggèrent que l'apprentissage des mathématiques pourraient impliquer des mécanismes innés dédiés au traitement des quantités numériques non symboliques (Feigenson, Libertus, & Halberda, 2013).

Enfin, LeFevre mentionne – dans son tour d'horizon des domaines influençant l'étude de la cognition numérique – les sciences de l'éducation (LeFevre, 2016). Cependant, nous pensons qu'il convient ici d'être un peu plus réservé. Ainsi, les chercheurs en sciences cognitives sont probablement

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

plus que jamais intéressés à véritablement dialoguer avec le monde de l'éducation (Ansari, De Smedt, & Grabner, 2012 ; Gardes & Prado, 2016). L'une des motivations majeures de ces chercheurs est sans nul doute d'informer l'enseignement à partir de ce que l'on sait des représentations et processus mentaux mis en jeu par les apprenants. Mais il faut à notre sens relativiser cette interaction entre le champ de la cognition numérique et le monde de l'éducation pour deux raisons majeures. Premièrement, comme pour d'autres domaines de psychologie cognitive, il n'est jamais aisé de traduire des résultats obtenus en laboratoire en pratiques dans la salle de classe (Bruer, 1997 ; Gardes & Prado, 2016). Deuxièmement, s'il est incontestable que les chercheurs en sciences cognitives s'intéressent de plus en plus au monde de l'éducation, notamment comme terrain d'observation, d'expérimentation et d'évaluation, ils peuvent avoir une connaissance limitée des recherches existantes en sciences de l'éducation. Pourtant, elles sont nombreuses ; en particulier, dans un domaine de recherche en éducation spécifiquement dédié à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, la didactique des mathématiques.

La didactique des mathématiques

La didactique des mathématiques française est une discipline scientifique récente qui a émergé dans les années 1960–1970. Elle étudie les phénomènes d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques, particulièrement en contexte scolaire. En France, elle s'est construite dans un contexte particulier, celui de la réforme des mathématiques modernes (entrée en vigueur en 1970). Cette réforme s'est appuyée, d'une part sur la restructuration des mathématiques initiée par le groupe Bourbaki et d'autre part, sur les travaux en psychologie du développement initiés par Piaget (1952). Pour aider à la mise en place de cette réforme « sur le terrain », les Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM), nés en 1969, ont mis en relation des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire et des universitaires. Leurs missions étaient « d'une part, de former les maitres aux mathématiques modernes et de leur permettre ainsi de s'adapter aux modifications des programmes, d'autre part de promouvoir, d'organiser l'innovation pédagogique dans le cadre de ces nouveaux programmes et d'en diffuser les résultats » (Artigue & Douady, 1986). Les IREM ont ainsi favorisé le rapprochement entre des problématiques de recherche et des problèmes d'enseignement (Margolinas, 2005). Dès 1973, la réforme des maths modernes est remise en cause et il s'en suivra de nombreuses réformes successives.

Au niveau international, les recherches sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques se développent également avec la naissance de revues (*Educational Studies in Mathematics* en 1968, *ZDM* en 1969) et de conférences (CIEAEM en 1950, Psychology of Mathematics Education depuis

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

1976). Cependant, ces recherches ont rarement conduit à l'émergence d'une discipline scientifique autonome et reconnue (sauf en Allemagne) et ont plutôt été rattachées à d'autres disciplines (mathématiques, sciences de l'éducation ou psychologie cognitive) (Artigue & Douady, 1986 ; Schubring, 1983). La didactique des mathématiques française a donc émergé dans un contexte spécifique et au sein du réseau des IREM. Trois pôles semblent fondateurs (Artigue & Douady, 1986) et distinguent la didactique de la psychologie.

Le premier pôle est l'importance accordée aux savoirs mathématiques et à leur épistémologie. Une analyse épistémologique permet de comprendre les conditions d'émergence d'un savoir et de mieux cerner la transmission et l'acquisition des connaissances ainsi que les conceptions associées des élèves. Par exemple, une analyse mathématique et épistémologique de la notion de nombre décimal permet de mettre en évidence les ruptures et continuités des nombres décimaux avec les nombres entiers. En effet, contrairement aux nombres entiers, entre deux nombres décimaux on peut toujours intercaler un nombre décimal (p. ex. entre 2,52 et 2,53, on peut intercaler 2,525, alors qu'entre les nombres 3 et 4, on ne peut pas intercaler d'entier). Il s'agit de la propriété de densité de l'ensemble des nombres décimaux. Cette analyse a eu des impacts sur l'enseignement en France : les nombres décimaux sont maintenant introduits à partir des fractions décimales car une introduction par les unités métriques ne favorise pas le travail sur cette propriété de densité.

Le deuxième pôle réside dans la volonté de traiter les problématiques posées par l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques dans un contexte écologique, c'est-à-dire en situation scolaire et en menant des expérimentations dans les classes. Dès les années 1970, Brousseau considère la didactique des mathématiques comme une *science expérimentale*, qui nécessite des recherches fondamentales visant à comprendre l'évolution des connaissances des élèves en contexte scolaire. Les expérimentations en contexte écologique permettent une validation des résultats. Les recherches en didactique ne se réduisent donc pas à des recherches applicatives même si leurs résultats peuvent à terme (et on l'espère) contribuer à l'amélioration du fonctionnement de l'enseignement scolaire (Margolinas, 2005).

Enfin, le troisième pôle est la volonté d'élaborer un champ théorique spécifique avec ses problématiques, ses objets de recherche et ses méthodes de recherche propres. Ce qui caractérise la didactique des mathématiques par rapport à d'autres domaines sur lesquels elle s'appuie, c'est son approche systémique (Artigue & Douady, 1986) de trois éléments : l'élève, le savoir mathématique et l'enseignant. Elle se démarque ainsi des mathématiques et de l'épistémologie qui se focalisent uniquement sur le savoir et de la psychologie qui se centre principalement sur l'élève (en tant qu'individu). Les expérimentations en situation de classe ont existé dès le début et ont

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

permis de développer, sur le plan théorique et expérimental, une nouvelle méthodologie de recherche prenant en compte la complexité de la classe : l'ingénierie didactique. Elle consiste à faire une analyse à priori des effets possibles, fondée sur un recueil de données portant sur le système élève–enseignant–savoir, d'observer les effets produits et de les comparer aux prévisions.

Au final, l'importance accordée à l'épistémologie des savoirs et à leur diffusion en milieu scolaire a probablement contribué à singulariser la didactique des mathématiques de l'étude de la cognition numérique. A l'instar de nombreux chercheurs (p. ex. Brun, Vergnaud, Duval, Rogalski, Sander, Roditi) qui ont toujours cherché à construire des passerelles entre ces deux domaines, nous sommes convaincus que la didactique des mathématiques comme l'étude de la cognition numérique peuvent bénéficier d'une plus grande interaction. Il est probable que l'un des moyens les plus efficaces pour promouvoir cette interaction est de mettre en place des projets communs permettant d'articuler les apports des deux disciplines. C'est ce que nous proposons de montrer dans la suite de cet article.

Un projet à la croisée de l'étude de la cognition numérique et de la didactique des mathématiques : l'apprentissage des mathématiques à l'école maternelle Montessori

Contexte de l'étude

L'étude que nous allons discuter ici a démarré en 2015, quand des enseignants d'une école maternelle de l'enseignement public français sont venus solliciter notre équipe de recherche car ils utilisaient la pédagogie Montessori dans leurs classes. Cette école était située dans un quartier défavorisé de la banlieue de Lyon, comme en attestait son inclusion dans le Réseau d'éducation prioritaire renforcé (REP+) du système éducatif français.

Très brièvement, la pédagogie Montessori a été créé par Maria Montessori au début du 20^{e} siècle (Montessori, 2015). Celle-ci comporte plusieurs éléments importants qui la distinguent d'autres méthodes (Courtier, 2019). Par exemple, les classes Montessori sont systématiquement organisées par tranches d'âge de trois ans (3 à 6 ans pour l'école maternelle). Les élèves peuvent circuler librement dans la classe et les tables sont disposées de manière à favoriser le travail individuel. Les classes sont également très organisées avec des espaces dédiés à chaque discipline et ne sont présents

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

que des supports didactiques favorisant l'action et la manipulation. Chaque type de support est à disposition des élèves en un seul exemplaire dans la classe. Chaque support est conçu pour enseigner un seul et unique aspect d'un concept. Il est pensé selon les principes affichés de la pédagogie, sur la rétroaction corrective qui est incorporée directement dans le support. La pédagogie Montessori n'utilise ni de manuel scolaire ni de fiche ; elle met l'accent sur le libre choix des activités. Elle n'utilise également pas de système d'évaluation explicite.

Les enseignants qui nous ont contactés étaient donc soucieux d'évaluer les bénéfices éventuels d'une telle pédagogie sur les enfants. Ainsi, nous avons construit un protocole de recherche pour évaluer les effets de leur enseignement sur le développement et les apprentissages de leurs élèves. Mais nous l'avons fait en adoptant un regard pluridisciplinaire provenant à la fois de la psychologie cognitive et de la didactique des mathématiques.

Ce regard pluridisciplinaire nous a d'emblée permis d'approcher l'étude un peu différemment des quelques études existantes qui se sont intéressées à la pédagogie Montessori par le passé (Denervaud & Gentaz, 2015 ; Marshall, 2017). Ainsi, les études précédentes ont toujours cherché à expliquer les différences de résultats éventuels entre l'enseignement conventionnel et l'enseignement Montessori en se plaçant au niveau de la pédagogie plutôt qu'au niveau de la discipline (Ansari & Winsler, 2014 ; Denervaud, Knebel, Hagmann, & Gentaz, 2019 ; Lillard, *et al.*, 2017). Ceci est peut-être dû au fait que les études ont adopté le prisme des sciences cognitives pour approcher cette question.

En effet, beaucoup d'aspects de la pédagogie Montessori sont en accord avec la recherche en psychologie cognitive. Par exemple, une idée essentielle dans la méthode Montessori est que la réflexion et l'apprentissage sont favorisés par le geste et l'action, de telle sorte que les exercices d'apprentissage impliquent souvent des mouvements du corps. Ce recours à l'action et au geste fait écho à la recherche cognitive sur la cognition incarnée qui montre que l'action est étroitement liée à la cognition dans l'esprit humain (Núñez, Edwards, & Matos, 1999).

Un autre exemple est l'absence de toute forme de récompense extérieure ou de punition. Des études psychologiques classiques ont depuis longtemps montré que les récompenses peuvent diminuer considérablement la motivation pour des tâches que les élèves apprécient lorsque la récompense est enlevée (Deci, Koestner, & Ryan, 1999). Enfin, un troisième exemple est l'accent mis sur la concentration et le contrôle de soi tout au long des activités et de l'organisation du travail. La recherche en sciences cognitives a également montré que ces facultés de concentration, qui font parties des fonctions exécutives, sont extrêmement importantes pour le succès à l'école et dans la vie (Diamond, 2013). Au final, il est clair que plusieurs principes à la base de la

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

pédagogie Montessori apparaissent cohérents avec la recherche en sciences cognitives.

Cependant, il est aussi important de considérer que l'élève est, avant tout, sujet didactique d'une situation d'enseignement. Ainsi, si un groupe d'élèves réussit mieux qu'un autre, des explications peuvent, aussi, être cherchées au niveau de la discipline et de son enseignement, spécificités de la didactique, comme nous l'avons explicité ci-avant. De plus, une analyse didactique des contenus mathématiques proposés dans cette pédagogie semble possible et pertinente puisqu'ils sont accessibles à travers les écrits de Maria Montessori (Montessori, 2016).

Nous allons maintenant détailler trois moments de notre étude qui montrent comment ce regard didactique a pu enrichir et informer le projet : lors de la conception de la méthodologie de recherche, lors du choix des tests pour évaluer les compétences numériques des élèves, et lors de l'interprétation des résultats. Bien que l'étude porte sur diverses compétences, comme le contrôle exécutif, les compétences sociales, et les compétences langagières, le présent article[1] se focalise sur l'aspect qui a probablement le plus bénéficié de ce regard didactique : l'acquisition des compétences mathématiques.

Conception de la méthodologie de recherche

Le projet s'est initialement construit autour d'un design expérimental particulièrement utilisé dans les recherches en sciences cognitives, à savoir une étude randomisée contrôlée de la pédagogie Montessori. En d'autres termes, parce que les enfants étaient assignés aléatoirement dans une classe Montessori ou conventionnelle, il était possible d'avoir une répartition homogène des groupes et d'évaluer l'effet causal de la pédagogie Montessori sur le développement et les apprentissages sans que cet effet soit dû à un biais de sélection. Ce type de design expérimental constitue clairement une force de l'étude car on le retrouve rarement dans les précédentes études sur la pédagogie Montessori. Notre étude a également été conçue pour inclure des analyses à la fois transversales et longitudinales. En d'autres termes, l'idée était de comparer les aptitudes des enfants en toute fin d'école maternelle en fonction du type de pédagogie qu'ils avaient suivi (aspect transversal), mais également de suivre les progrès des enfants de l'entrée (à 3 ans) à la fin (6 ans) de l'école maternelle (aspect longitudinal). Au final, l'étude a pu inclure 176 enfants dans son aspect transversal et 70 dans son aspect longitudinal.

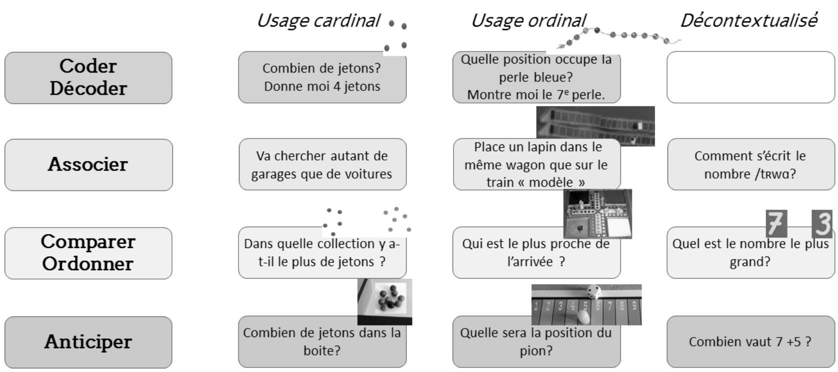
Mais l'une des grandes particularités de notre étude a surement été la décision d'inclure également des analyses *qualitatives* didactiques qui complèteraient la méthodologie *quantitative* décrite ci-dessus. Pourquoi ce

1. Le lecteur intéressé par l'étude complète peut se référer à Courtier (2019).

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

choix ? D’un point de vue didactique, il nous semblait pertinent, d’une part, de mieux connaitre la pédagogie Montessori et les enseignements mathématiques proposés, et d’autre part d’interroger les différences entre les contenus à enseigner autour de la construction du nombre dans les classes Montessori et dans les classes conventionnelles. Cela paraissait nécessaire afin d’expliquer le plus précisément possible certaines différences au niveau de la discipline, et non d’en rester à des raisons pédagogiques. Nous avons donc cherché à analyser les tâches mathématiques à disposition des enseignants dans les deux systèmes pédagogiques. En appui sur des recherches en didactique des mathématiques (Margolinas & Wozniak, 2012) et en cognition numérique (Fayol, 2012), nous avons élaboré une carte des connaissances en jeu dans la construction du nombre (Croset & Gardes, 2019, 2020). Cette carte répertorie onze types de tâches catégorisés selon l’usage du nombre : l’usage peut être cardinal au sens où le nombre est utilisé comme la mesure d’une quantité, il peut être ordinal au sens où le nombre indique une position et enfin, le nombre peut être utilisé en dehors de tout contexte pratique (i.e. décontextualisé). Pour chaque usage, le type de tâches peut relever d’un travail de codage/décodage, d’association d’un nombre à un autre nombre, de comparaison ou encore d’anticipation du résultat suite à une action. Des exemples sont donnés dans la figure 1.

Figure 1. Carte des connaissances en jeu pour la construction du nombre (Croset & Gardes, 2020).



Le positionnement des types de tâches proposés dans le système d’enseignement Montessori et dans le système d’enseignement conventionnel a permis de mettre en évidence des différences didactiques claires entre les deux systèmes. La première différence concerne le nombre de tâches proposées à l’enseignant dans les ressources qu’il utilise. Bien que les enseignants français soient libres de choisir leur manuel scolaire, un manuel semble être majoritairement utilisé. Nous avons fait passer un questionnaire auprès de 270 enseignants d’école maternelle. 70% d’entre eux affirment que leur document principal pour préparer leurs séquences de mathématiques

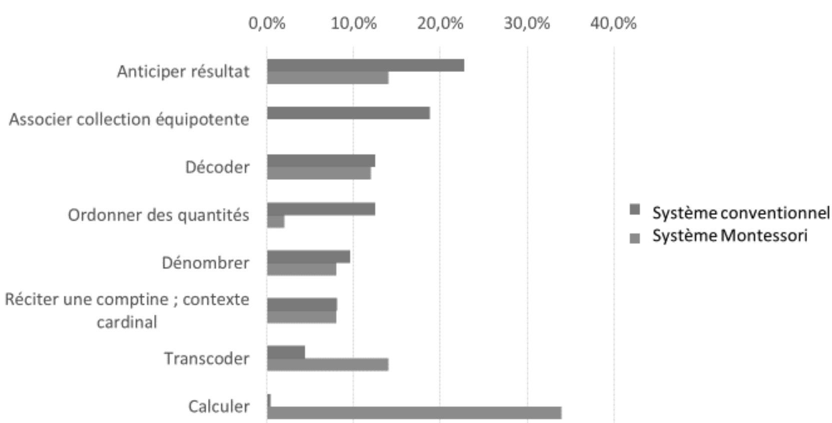
https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

est le manuel *Vers les maths* des éditions Accès (Duprey, Duprey, & Sautenet, 2016). Or, dans ce manuel, 241 tâches différentes sur la construction du nombre sont proposées aux enseignants contre seulement 48 tâches dans le système d'enseignement Montessori (Montessori, 2016). Il y a donc une diversité de tâches dans le système conventionnel contre un choix épuré dans le système Montessori. Dans le système conventionnel, l'élève est donc confronté à une même notion dans une diversité de contextes avec du matériel différent d'une tâche à l'autre. Dans le système Montessori, l'élève est amené à répéter la même tâche plusieurs fois dans un même contexte, avec un même matériel jusqu'à une certaine expertise de la tâche.

La seconde différence concerne les types de tâches pris en charge. Ces derniers ne sont en effet pas les mêmes dans les deux systèmes d'enseignement (fig. 2). Le calcul, à partir de codes symboliques, ressort très largement dans l'enseignement Montessori tandis que l'anticipation de résultats à partir de quantités d'objets et la construction de collections équipotentes (i.e. construire des collections de mêmes quantités) sont mises en avant dans le système conventionnel. Certains types de tâches apparaissent toutefois autant dans les deux systèmes, par exemple, le décodage ou le dénombrement.

La troisième différence concerne l'usage du nombre. Dans le système conventionnel, l'accent est mis sur le contexte cardinal tandis que dans le système d'enseignement Montessori, le code symbolique est très présent. Le contexte ordinal, lui, est absent du système d'enseignement Montessori et très peu présent dans le système conventionnel. La quatrième différence concerne le temps dédié à la construction du nombre. Il est nettement plus

Figure 2. Comparaison de la fréquence des types de tâches les plus présents dans les deux systèmes d'enseignement. Ces huit types de tâches couvrent 90 % des tâches dans chacune des institutions.



https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

restreint dans l'enseignement Montessori : environ un an et demi de la scolarité (entre 4 et 5 ans) y est consacré contre trois ans (entre 3 et 6 ans) dans l'enseignement conventionnel.

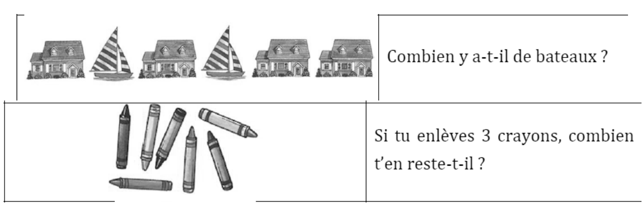
Comme nous allons le décrire ci-après, ces différences ont pu apporter un éclairage didactique dans l'interprétation des résultats.

Choix des tests pour évaluer les compétences numériques des élèves

Le second moment où le regard didactique a influencé le projet de recherche concerne le choix des tests pour évaluer les compétences numériques des enfants. Il était important de proposer des tests utilisés fréquemment dans la recherche en cognition numérique d'une part et de pouvoir évaluer l'acquisition des attendus de fin de cycle 1 en France d'autre part ; les deux n'ayant pas nécessairement la même couverture de compétences.

Du point de vue de la recherche en cognition numérique, nous avons choisi le test standardisé *Applied Problems* de la batterie du Woodcock-Johnson III (Woodcock, McGrew, & Mather, 2001), batterie qui est utilisée en psychologie pour évaluer un large éventail de capacités cognitives. Ce test permet de mesurer la capacité à analyser et résoudre des problèmes mathématiques. Notre choix s'est porté sur ce test pour deux raisons principales. Premièrement, le contenu du test *Applied Problems* permet de mesurer plusieurs compétences numériques de cycle 1, dont le dénombrement et la résolution de problèmes d'ajouts ou de retraits (cf. fig. 3). Deuxièmement, le test a déjà été utilisé pour mesurer les capacités mathématiques d'enfants de classes Montessori. Ceci permet donc une comparaison de nos résultats avec des études précédentes (p. ex. Lillard, *et al.*, 2017).

Figure 3. Exemple d'items du sous-test Applied Problem du WJ-III.



Mais ici aussi le regard didactique a pu apporter un éclairage pertinent sur ce test (et notamment ses lacunes). En effet, une analyse en lien avec la carte de connaissances (cf. fig. 1) montre que les trente premiers items de ce test évaluent principalement du codage/décodage (onze items) et de la résolution de problèmes additifs (11 items). Il n'y a ni d'item consacré à la comparaison de nombres, ni d'item de construction de collections équipo-

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

tentes ou encore d'item avec un usage ordinal du nombre. Un regard plus fin peut même permettre de repérer que les trois problèmes modélisables par une addition sont des problèmes d'ajout et dix des onze problèmes modélisables par une soustraction sont des problèmes de retrait avec question sur l'état final (Vergnaud, 1982). La capacité de faire une addition dans des problèmes de retrait avec question sur l'état initial n'est pas évaluée. De plus, dans les problèmes de retrait avec question sur l'état final, la présence des objets de la collection initiale peut permettre à l'élève de seulement barrer (perceptivement) ce qui a été enlevé et compter ce qui reste (fig. 3). Il est donc difficile de savoir si les élèves mobilisent réellement une soustraction dans cet item. Nous avons donc choisi, en plus de ces tests, de construire une évaluation diagnostique pour évaluer les compétences numériques de cycle 1, en appui sur notre travail de cartographie (Croset & Gardes, 2019, 2020) et sur les attendus des programmes de cycle 1 de l'école maternelle (MEN, 2015). Cette évaluation se compose de onze tâches qui évaluent les compétences numériques suivantes :

- Réciter la comptine numérique[2] (tâche nommée T1 dans la suite).
- Déterminer le cardinal d'une collection donnée (nommée T2), Construire une collection d'un cardinal donné (nommée T3) [Coder/Décoder, usage cardinal].
- Résoudre des problèmes arithmétiques à une étape (d'ajout et de retrait d'objets dans une collection, où la question porte sur l'état final) (nommées T4, T7, T8) [Anticiper, usage cardinal].
- Construire une collection équipotente à une collection éloignée (nommée T5) [Associer, usage cardinal].
- Comparer le cardinal de deux collections (nommée T6), [Comparer, usage cardinal].
- Reconnaitre des nombres écrits en chiffres (nommée T9) [Coder/Décoder, usage décontextualisé].
- Nommer une position (nommée T10) [Coder/Décoder, usage ordinal].
- Reproduire la position équivalente à celle donnée (nommée T11) [Associer, usage ordinal].

L'enjeu de cette évaluation diagnostique était de mener une étude qualitative des compétences numériques des élèves des classes de l'école maternelle impliquées dans la recherche en analysant plus précisément la maitrise des concepts en jeu. En outre, cette étude permettait également de recueillir des données quantitatives sur chaque tâche proposée.

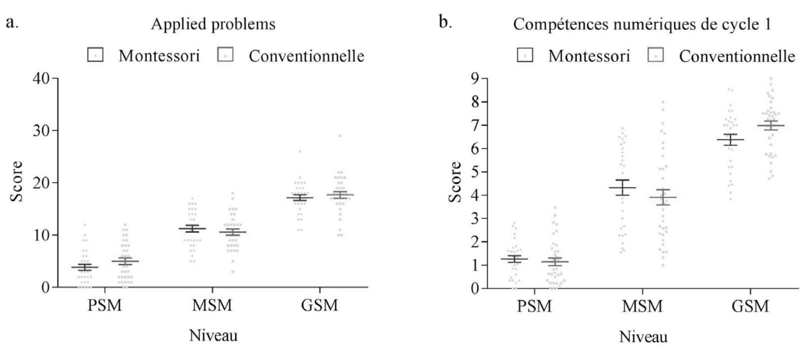
2. Cette tâche n'est pas répertoriée dans la carte des connaissances (fig. 1) car nous la considérons comme une connaissance prérequise pour la construction du nombre.

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

Interprétation des résultats

Comme décrit plus en détail ailleurs (Courtier, 2019), l'analyse statistique des résultats n'a pas montré de différences significatives en ce qui concerne les compétences mathématiques entre les enfants issus des classes Montessori et ceux des classes conventionnelles. Cela était le cas pour le test *Applied Problems* du Woodcock-Johnson III (cf. fig. 4a) comme pour l'analyse quantitative des données issues de l'évaluation diagnostique pour évaluer les compétences numériques de cycle 1 (cf. fig. 4b). Ainsi, et bien que l'étude dispose d'un échantillon limité (même s'il reste conséquent pour ce type d'étude), les enfants issus des classes Montessori n'ont pas de performances plus élevées que les enfants issus des classes conventionnelles en ce qui concerne plusieurs connaissances mathématiques.

Figure 4. (a) Performance des enfants dans le sous-test Applied Problems du WJ-III en fonction de la classe et de la pédagogie. (b) Performance des enfants dans l'évaluation diagnostique des compétences numériques en fonction de la classe et de la pédagogie.



Chaque point désigne un enfant. Les barres d'erreur correspondent à l'erreur standard. PSM signifie Petite section d'école maternelle (3–4 ans) ; MSM, Moyenne section d'école maternelle (4–5 ans) ; et GSM, Grande section d'école maternelle (5–6 ans).

Le point de vue didactique permet d'éclairer ces résultats, notamment en les mettant en perspective avec les différentes compétences travaillées dans les deux systèmes d'enseignement.

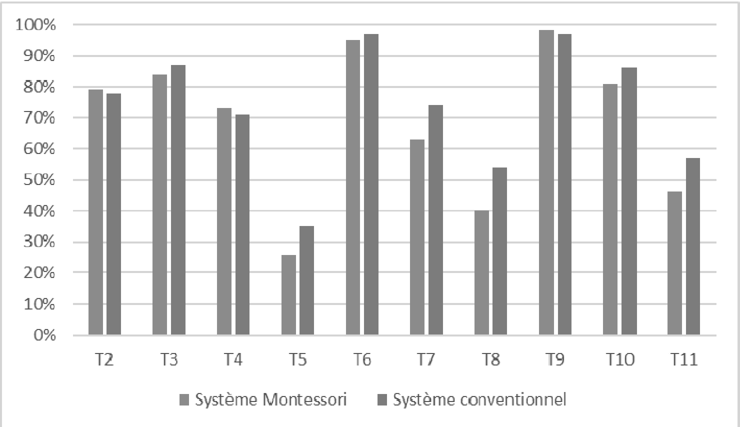
Si on regarde le détail des résultats par type de tâches (cf. fig. 5), on peut constater que

– certaines tâches sont très bien réussies par les deux groupes d'élèves, comme la comparaison de collections (T6) et la reconnaissance d'écritures chiffrées (T9) ;

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

– d'autres sont peu réussies par les deux groupes d'élèves, comme la création d'une collection équipotente (T5), l'anticipation d'un résultat dans une situation de retrait (T8) ou l'utilisation du nombre dans un contexte ordinal (T11).

Figure 5. Comparaison des résultats des élèves par type de tâches[3].



Pour analyser ces résultats au regard de notre étude didactique, nous pouvons distinguer trois entrées. La première est l'analyse des résultats pour les tâches qui sont autant travaillées dans les deux systèmes d'enseignement. D'après notre étude (cf. fig. 2), les tâches de récitation de la comptine numérique (T1), dénombrement d'une collection (T2) et constitution d'une collection d'objets de cardinal donné (T3) sont proposées en quantité similaire aux enseignants des deux systèmes. Sous l'hypothèse qu'il en soit de même dans ce qui est réellement enseigné, il n'est pas étonnant que les élèves des deux groupes obtiennent des résultats similaires sur ces tâches.

La seconde est l'analyse des résultats pour les tâches qui sont davantage travaillées dans le système conventionnel. D'après notre étude, le système conventionnel propose plus (proportionnellement à l'ensemble des tâches proposées) de tâches de résolution de problèmes arithmétiques simples (T4, T7 et T8) et de comparaison de collections (T6) que le système Montessori. De plus, certaines tâches ne sont pas du tout présentes dans l'enseignement Montessori, comme la création d'une collection équipotente (T5) ou l'usage du nombre ordinal (T10 et T11). Ainsi pour ces tâches, nous aurions pu penser que les élèves du système conventionnel réussissent mieux. Or ce n'est pas le cas.

3. La tâche T1, qui demandait à l'élève de réciter la comptine, n'est pas une tâche quantitative et ne peut donc être représentée sur ce graphe.

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

Enfin, la troisième entrée est l'étude des résultats pour les tâches qui sont davantage travaillées dans le système Montessori. D'après notre étude, ce système propose plus (proportionnellement à l'ensemble des tâches proposées) de tâches de reconnaissance de l'écriture chiffrée (T9) que le système conventionnel. En revanche, les deux groupes d'élèves réussissent autant cette tâche dans l'évaluation diagnostique.

Comment peut-on expliquer ces absences de différences entre les deux groupes au regard de ce qui peut être enseigné dans chaque système ? Bien sûr, une absence de preuve n'est pas une preuve de l'absence et une absence de différence statistique ne démontre pas que les groupes ont des performances similaires. Par exemple, il reste possible que des différences puissent être observées avec un échantillon plus large d'enfants. Cependant, au-delà de ces absences de différences et de l'équivalence apparente des compétences numériques entre les deux groupes, nous nous sommes interrogés sur quatre particularités qui semblent distinguer les deux systèmes éducatifs.

La première concerne le nombre de tâches proposées à l'enseignant. Comme nous l'avons déjà mentionné, quarante-huit tâches sont proposées à l'enseignant dans le système Montessori contre 241 tâches dans le système conventionnel. Ainsi, quand le système Montessori demande à l'élève de répéter une tâche jusqu'à sa parfaite maitrise, l'enseignement conventionnel multiplie les tâches en les proposant dans des contextes variés. Bien que l'objectif (à savoir, permettre aux élèves de rencontrer la connaissance en jeu dans des contextes variés) soit surement louable, nous nous interrogeons sur l'impact que peut avoir cette multiplicité de tâches sur l'apprentissage. En effet, le manuel n'étant pas toujours explicite sur les liens entre ces différentes tâches, l'enseignant peut-il percevoir facilement que plusieurs tâches répondent à un même objectif d'apprentissage ? Et quand bien même il le perçoit, réussit-il à faire comprendre aux élèves l'apprentissage commun visé par ces tâches ? Cet objectif d'enseignement ne nous semble en effet pas facile à atteindre. Cela nous amène donc à nous demander si la répétition jusqu'à la maitrise d'une tâche (ou de peu de tâches d'un même type) serait d'une efficacité équivalente au traitement de nombreuses tâches diversifiées relevant d'un même type de tâches ?

La deuxième porte sur la nature des objets en jeu. Dans le système d'enseignement Montessori, le matériel pour la construction du nombre est un matériel épuré, spécifique pour les mathématiques (Laski, Jordan, Daoust, & Murray, 2015). Dans le système conventionnel, le matériel est davantage constitué d'objets du monde, c'est-à-dire des objets présents « à l'école et hors de l'école et qui de ce fait évoquent pour l'élève les affects et les usages qu'il connait déjà » (Laparra & Margolinas, 2017, p. 169). Or le recours à ces objets communs peut avoir un impact sur les apprentissages (Carbonneau, *et al.*, 2013). Dans quelles mesures l'utilisation d'un matériel univoque et de référence pour la construction du nombre (tel que des réglettes

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

Cuisenaire), à l'opposé des objets du monde (p. ex. des pailles), permettrait d'améliorer les apprentissages ? L'utilisation d'objets spécifiquement conçus pour la construction du nombre aurait-elle une efficacité équivalente voire supérieure à celle d'objets du monde ?

La troisième est le temps d'apprentissage sur les compétences numériques. Le temps institutionnel consacré à l'enseignement de la construction du nombre n'est pas le même dans chacune des deux institutions (un an et demi dans l'enseignement Montessori contre trois ans dans l'enseignement conventionnel). Étant donné que les élèves réussissent aussi bien dans les deux systèmes d'enseignement, on peut se questionner sur l'efficacité de ce qui est réellement enseigné et appris dans le système conventionnel. Le temps institutionnel réduit dans le système Montessori pourrait-il contraindre positivement le temps didactique en obligeant enseignants et élèves à une centration sur la spécificité du savoir, rejoignant ainsi un résultat que Chopin avait déjà obtenu dans ses travaux (Chopin, 2006) ?

La quatrième est un questionnement sur la nature et la complexité de certaines tâches proposées dans l'évaluation diagnostique. Par exemple, pour les tâches 5 et 11, l'ensemble des élèves sont en difficulté. Alors même que ces tâches sont dans les instructions officielles (MEN, 2015), dans tous les manuels et dans les préconisations de la communauté didactique (Margolinas & Wozniak, 2012), nous remarquons que les élèves du système conventionnel ne réussissent pas. Ces types de tâches sont-ils compris des enseignants ? Comment sont-ils enseignés ? Malgré les préconisations et travaux sur le sujet, sont-ils accessibles aux élèves ? Ces tâches étant complexes (au sens où elles demandent de mobiliser différentes compétences telles que le dénombrement, le décodage, et requièrent de la mémoire de travail), que nous apprennent exactement leur échec ou leur réussite ? D'un point de vue didactique, la tâche 5 (respectivement la tâche 11) permet d'évaluer le recours spontané au nombre dans un contexte cardinal (respectivement dans un contexte ordinal). Il serait donc intéressant d'étudier les procédures que les élèves ont mobilisées pour résoudre ces tâches. Ces informations ont été recueillies lors de la passation des tests et donneront lieu à des analyses ultérieures didactiques, qualitatives et quantitatives. Ce travail ultérieur consisterait à étudier les procédures utilisées dans chaque institution. Cela pourrait relever l'éventuelle présence de comportements différents malgré l'absence de différence entre les performances.

Ces particularités nous interrogent sur le gain éventuel qu'il y aurait à centrer les apprentissages en école maternelle sur quelques tâches qui pourraient alors devenir des tâches référentes pour les enseignants et de fait, pour les élèves. A l'heure où le gouvernement français s'interroge sur des objectifs ciblés de l'enseignement des mathématiques (Villani & Torossian, 2018), ce type d'analyse semble particulièrement important et devrait

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

donner lieu à des recherches ultérieures menées conjointement par les deux communautés de recherche.

Conclusion

Nous avons cherché à montrer dans cet article comment la didactique des mathématiques pouvait informer les études en cognition numérique, en particulier celles portant sur l'impact de démarches d'enseignement. Dans notre étude, le regard didactique a tout d'abord influencé la méthodologie de recherche. Une étude épistémologique et didactique du savoir mathématique en jeu (i.e. le nombre entier naturel) a permis de cartographier le domaine évalué (i.e. la construction du nombre à l'école maternelle) et de mettre ainsi en évidence ce qui différencie la pédagogie Montessori du système conventionnel. Le second apport de l'étude didactique se situe sur le plan de l'élaboration des tests. Il y a eu, d'une part, une analyse didactique du sous-test *Applied Problems* du WJ-III, et d'autre part, la construction de l'évaluation diagnostique pour mesurer finement les compétences numériques des élèves à l'école maternelle. Enfin, le troisième apport se situe sur le plan de l'interprétation des résultats puisque le travail didactique a permis de produire des hypothèses plus fines sur les comparaisons des deux groupes. Le positionnement des systèmes d'enseignement au sein de la carte des connaissances (fig. 1) a éclairé en quoi les systèmes différaient et a permis de mettre réussites et échecs des élèves en regard de ce que les systèmes d'enseignement préconisent.

Les premiers résultats suggèrent, cependant, que ces analyses didactiques et statistiques sont à affiner, notamment pour effectuer des hypothèses plus précises et avancer des interprétations porteuses de généralités. En effet, l'étude didactique concernait les documents ressources proposées aux enseignants des deux systèmes. L'écart entre le savoir à enseigner et le savoir enseigné reste à évaluer et cela demande d'aller observer, sur le terrain, les classes participant à l'étude. Une seconde perspective est d'apporter un éclairage sur les procédures utilisées par les élèves pour résoudre une tâche numérique, selon le type de pédagogie suivie ou non.

Bien que les deux communautés aient chacune leur champ de recherche propre, un déterminant commun est la volonté de mener des études en milieu écologique. Nous proposons, pour conclure, une méthodologie commune, un peu idéale, qui pourrait être mise en place lors d'études ultérieures portant sur l'évaluation des apprentissages en classe, croisant étude qualitative et quantitative. Il s'agirait d'une étude randomisée et contrôlée couplée avec des analyses didactiques qui relèvent (en partie) d'une ingénierie didactique, en amont, pendant et en aval de l'évaluation des apprentissages en classe. En effet, il nous semble important :

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

- d'apporter un éclairage mathématique et épistémologique sur les concepts visés par l'apprentissage, en particulier, pour circonscrire le domaine étudié [en amont] ;
- d'analyser, d'adapter et de construire des tests mesurant des compétences mathématiques précises [en amont] ;
- de faire des analyses à priori de ce qui est enseigné puis de mener des observations qualitatives de ce qui est réellement enseigné [en amont et pendant] ;
- de poser les hypothèses en tenant compte de ce qui est réellement enseigné [en aval] ;
- de croiser les données qualitatives (des analyses à posteriori) et quantitatives en interprétant les résultats [en aval].

Cette méthodologie a l'avantage de combiner validation externe (basée sur la comparaison statistique des performances de groupes expérimentaux et groupes témoins) et validation interne, fondée sur la confrontation entre analyses à priori et analyses à posteriori.

Pour conclure, nous sommes convaincus que les apports méthodologiques entre didactique des mathématiques et sciences cognitives sont mutuels. D'une part, les analyses didactiques sont importantes pour préciser les hypothèses de recherche et expliquer en retour les résultats. D'autres part, les sciences cognitives apportent une méthodologie d'évaluation quantitative des performances (p. ex. grâce à des mesures chronométriques des temps de réponses et des tests psychométriques) et des analyses statistiques qui permettent la généralisation des résultats. Ces recherches pluridisciplinaires peuvent ainsi gagner en robustesse grâce à une double validation interne et externe. Nous avons centré l'article sur les apports méthodologiques mais nous pensons que ce regard pluridisciplinaire va au-delà et permet de questionner les approches théoriques des deux communautés dans leur rapport au savoir mathématique. Pour cela, nous ne pouvons qu'encourager les chercheurs de ces deux domaines à se rapprocher et conduire des études ensemble !

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Artigue, M., & Douady, R. (1986). Note de synthèse. La didactique des mathématiques en France – Emergence d'un champ scientifique. *Revue française de pédagogie, 76*, 69–88. https://doi.org/10.3406/rfp.1986.1503

Ansari, A., & Winsler, A. (2014). Montessori public school pre-k programs and the school readiness of low-income black and latino children. *Journal of Educational Psychology, 106*(4), 1066–1079. https://doi.org/10.1037/a0036799

Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Reviews Neuroscience, 9*(4), 278–291. https://doi.org/10.1038/nrn2334

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

Ansari, D., De Smedt, B., & Grabner, R.H. (2012). "Neuroeducation" – A critical overview of an emerging field. *Neuroethics, 5*, 105–117.

Ashcraft, M. H. (1992). Cognitive arithmetic : A review of data and theory. *Cognition, 44*(1–2), 75–106.

Bruer, J.T. (1997). Education and the brain : A bridge too far. *Educational Researcher, 26*(8), 4–16.

Carbonneau, K.J., Marley, S.C., & Selig, J.P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology, 105*(2), 380.

Chen, Y., & Campbell, J.I. (2017). "Compacted" procedures for adults' simple addition : A review and critique of the evidence. *Psychonomic Bulletin and Review*, *25*, 739–753. https://doi.org/10.3758/s13423-017-1328-2

Chopin, M.P. (2006). Temps d'enseignement et temps didactique. Approche didactique de la question du temps dans l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école élémentaire. *Carrefours de l'éducation, 21*, 53–71. https://doi.org/10.3917/cdle.021.0053

Courtier, P. (2019). *L'impact de la pédagogie Montessori sur le développement cognitif, social et académique des enfants en maternelle*. Thèse de doctorat en psychologie du développement, Université Lyon 1.

Croset, M.-C., & Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherche en didactique des mathématiques, 39*(1), 51–96.

Croset, M.-C., & Gardes, M.-L. (2020). Une carte des connaissances pour la construction du nombre à l'école maternelle. *Revue de mathématiques pour l'école, 233,* 117–127. http://hdl.handle.net/20.500.12162/4064

Deci, E.L., Koestner, R., and Ryan, R.M. (1999). A meta-analytic review of experiments examining the effects of extrinsic rewards on intrinsic motivation. *Psychological Bulletin*, *125*, 627–668.

Dehaene, S., & Cohen, D. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1*, 83–120.

Denervaud, S., & Gentaz, E. (2015). Les effets de la « méthode Montessori » sur le développement psychologique des enfants : une synthèse des recherches scientifiques quantitatives. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant, 27*(139), 593–598.

Denervaud, S., Knebel, J.-F., Hagmann, P., & Gentaz, E. (2019). Beyond executive functions, creativity skills benefit academic outcomes : Insights from Montessori education. *PLOS ONE, 14*(11), e0225319. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0225319

Diamond, A. (2013). Executive functions. *Annual Review of Psychology*, *64*, 135–168.

Duprey, G., Duprey, S., & Sautenet, C. (2016). *Vers les maths : Grande section. Une progression vers les mathématiques à l'école maternelle (6e édition).* Schiltigheim : ACCES Éditions.

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Paris : PUF.

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

Fayol, M., & Thevenot, C. (2012). The use of procedural knowledge in simple addition and subtraction problems. *Cognition, 123*, 392–403.

Feigenson, L., Libertus, M.E., & Halberda, J. (2013). Links between the intuitive sense of number and formal mathematics ability. *Child Development Perspectives, 7*(2), 74–79. http://doi.org/10.1111/cdep.12019

Gardes, M.-L., & Prado, J. (2016). Entre neurosciences et éducation : les chaînons manquants. *Cahiers pédagogiques, 527*, 35–38.

Groen, G.J., & Parkman, J.M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review, 79*, 329–343.

Halberda, J., Mazzocco, M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature, 455*(7213), 665–668. https://doi.org/10.1038/nature07246

Iuculano, T. (2016). Neurocognitive accounts of developmental dyscalculia and its remediation. *Progress in Brain Research, 227*, 305–333.

Kaufmann, L., & von Aster, M. (2012). The diagnosis and management of dyscalculia. *Deutsches Arzteblatt international, 109*(45), 767–778.

Laparra, M., & Margolinas, C. (2017). *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe. Approches anthropologiques et didactiques*. Bruxelles : De Boeck.

Laski, E. V., Jordan, J.R., Daoust, C., & Murray, A.K. (2015). What makes mathematics manipulatives effective ? Lessons from cognitive science and Montessori education. *SAGE Open, 5*(2).

LeFevre, J.-A. (2016). Numerical cognition : Adding it up. *Canadian Journal of Experimental Psychology/Revue canadienne de psychologie expérimentale, 70*(1), 3–11. https://doi.org/10.1037/cep0000062

Lillard, A.S., Heise, M.J., Richey, E.M., Tong, X., Hart, A., & Bray, P.M. (2017). Montessori preschool elevates and equalizes child outcomes : A longitudinal study. *Frontiers in Psychology*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01783

Margolinas, C. (2005). Essai de généalogie en didactique des mathématiques. *Revue suisse des sciences de l'éducation, 27*(3), 343–360.

Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle : une approche didactique*. Bruxelles : De Boeck.

Marshall, C. (2017). Montessori education : A review of the evidence base. *NPJ Science of Learning*. https://doi.org/10.1038/s41539-017-0012-7

McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation : Evidence from dyscalculia. *Brain Cognition, 4*, 171–196.

MEN. (2015). Programme de l'école maternelle [Bulletin officiel spécial n° 2 du 26 mars 2015].

Miller, G. A. (2003). The cognitive revolution : A historical perspective. *Trends in Cognitive Science, 7*(3), 141–144.

Montessori, M. (2015). *Pédagogie scientifique* (vol. 1–2, 3e édition). Paris : Desclée de Brouwer.

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

Montessori, M. (2016). *Psychoarithmetic*. Amsterdam : Montessori-Pierson Publishing Company.

Moyer, R.S., & Landauer, T.K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature, 215*, 1519–1520.

Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of number in the brain. *Annual Review of Neuroscience, 32*, 185–208. http://doi.org/10.1146/annurev.neuro.051508.135550

Núñez, R.E., Edwards, L.D., & Matos, J.F. (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *39*(1–3), 45–65.

Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. Londres : Routledge & Kegan Paul.

Schubring, G. (1983). Comparative study of the development of mathematics education as a professional discipline in different countries. In *Proceedings of the Forth International Congress on Mathematical Education* (pp. 482–489).

Stevens, S.S. (2017). *Psychophysics : Introduction to its perceptual, neural and social prospects*. Londres : Routledge.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T. Carpenter, J. Moser, & T. Romber (Éds.), *Addition and subtraction : A cognitive perspective* (pp. 39–59). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum.

Villani, C., & Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques* [Rapport]. file:///Users/p51237/Downloads/Rapport_Villani_Torossian_21_mesures_pour_enseignement_des_mathematiques_896190.pdf

Woodcock, R.W., Mather, N., McGrew, K.S., & Wendling, B.J. (2001). *Woodcock-Johnson III tests of cognitive abilities*. Itasca, IL : Riverside.

Notices biographiques

Marie-Line Gardes est professeure ordinaire à la Haute École pédagogique du Canton de Vaud (Suisse). Elle est formatrice d'enseignants du primaire et du secondaire et chercheuse en didactique des mathématiques. Ses recherches portent sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques par résolution de problèmes et sur les troubles et difficultés des apprentissages en mathématiques. Elle s'intéresse également aux liens entre les recherches en sciences cognitives et les recherches en didactique des mathématiques.

COURRIEL : MARIE-LINE.GARDES@UNIV-LYON1.FR

Marie-Caroline Croset est professeur agrégée en mathématiques à l'Institut national supérieur du professorat et de l'éducation de Grenoble et docteur en didactique des mathématiques. Ses recherches actuelles portent notamment sur l'impact de démarches d'enseignement sur les apprentissages mathématiques.

COURRIEL : MARIE-CAROLINE.CROSET@UNIV-GRENOBLE-ALPES.FR

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237

Philippine Courtier est psychologue de l'éducation nationale à l'Académie de Paris. Elle a soutenu une thèse en psychologie du développement au Centre de recherche en neurosciences de Lyon en 2019. Ses travaux se sont intéressés à l'impact de la pédagogie Montessori sur le développement cognitif, social et académique des enfants défavorisés en maternelle.

COURRIEL : PHILIPPINE.COURTIER@GMAIL.COM

Jérôme Prado est chargé de recherche au CNRS. Il travaille au Centre de recherche en neurosciences de Lyon. Ses recherches se concentrent sur les mécanismes cognitifs et neuronaux qui sous-tendent le développement du raisonnement et des mathématiques chez les enfants et les adolescents. Son travail concerne notamment les enfants ayant des troubles d'apprentissage, comme la dyscalculie.

COURRIEL : JEROME.PRADO@UNIV-LYON1.FR

https://doi.org/10.3917/raised.025.0237