# LA DYSCALCULIE ET L'AUTOMATISATION DES PROCEDURES DE CALCUL

**Catherine Thevenot**

Université de Lausanne, Institut de Psychologie, Suisse

**Kim Uittenhove**

Université de Genève, FPSE, Faculté de Psychologie, Suisse

&

**Jérôme Prado**

Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod, CNRS & Université de Lyon, France

Pour correspondance : Catherine Thevenot, Université de Lausanne, SSP, Institut de Psychologie, Batiment Géopolis, Bureau 4343, CH-1015 Lausanne

00.41.21.692.32.68 ; Email: catherine.thevenot@unil.ch

Note des auteurs :

Les travaux recensés dans cet article ont en partie été réalisés grâce à l'obtention d'un subside de recherche alloué par l'Union Européenne (Marie Curie Career Integration Grant PCIG12-GA-2012-333602).

**Résumé.** Les enfants souffrant de dyscalculie développementale présentent de multiples troubles dans les activités numériques mais le plus fréquent semble être leur difficulté à récupérer les résultats des opérations simples en mémoire à long terme (e.g., 3 + 2 = 5). Cependant, nous remettons en question cette description clinique et suggérons que les enfants dyscalculiques ont plutôt un problème d'automatisation des procédures de comptage. Le présent article a pour but de présenter les évidences expérimentales qui ont guidé notre raisonnement et qui nous ont permis d'aboutir à cette conclusion. L'impact de nos propositions théoriques sur l'élaboration de nouveaux outils de prise en charge des enfants en difficultés est également brièvement discuté.
**Mots-clefs.** Cognition numérique ; difficultés en mathématiques ; difficultés en arithmétique ; procédures compilées

**Dyscalculia and automatization of counting procedures**

**Abstract.** Children with developmental dyscalculia suffer from various deficits in the numerical domain. Still, retrieval of arithmetic facts from long-term memory seems to be their main difficulty (e.g., 3 + 2 = 5). Nevertheless, we question this clinical description and we rather suggest that dyscalculic children present a deficit in the automatization of counting procedures. In this article we describe experimental evidence that guided our thought process and allowed us to come to this conclusion. The impact of our theoretical propositions on the implementation of new remediation tools is also briefly discussed.
**Keywords:** Numerical cognition; mathematical difficulties; arithmetic difficulties; compiled procedures.

**Highlights**

- Les difficultés de récupération des faits arithmétiques semblent être un déficit majeur chez les enfants dyscalculiques
- Cette affirmation peut cependant être remise en cause à la lumière des résultats nos travaux récents
- Les enfants dyscalculiques présenteraient plutôt un déficit d'automatisation des procédures de calcul

La dyscalculie se caractérise par de grandes difficultés dans le domaine des activités numériques ne pouvant pas être expliquées par une lésion cérébrale ou un déficit intellectuel ou perceptif. Trois à 8% des enfants seraient concernés par ce trouble développemental (Butterworth, Varma, & Laurillard, 2011). De nombreuses compétences liées au nombre peuvent être touchées, par exemple le comptage verbal (Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004), le dénombrement (Schleifer & Landerl, 2011), la comparaison de nombres (Geary, Hoard, & Hanson, 1999) ou l'estimation de collections d'objets (Piazza et al., 2010). Cependant, la compétence qui semble le plus affectée chez les enfants dyscalculiques est leur capacité à récupérer des faits arithmétiques en mémoire à long terme (Berch & Mazzocco, 2007; Geary, Hoard, & Hamson, 1999; Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003). Ce déficit de récupération est souvent considéré comme le marqueur de la dyscalculie (De Visscher & Noël, 2014a).

En effet, alors que les enfants tout-venant sont supposés retrouver la plupart des faits additifs simples à partir de l'âge de 9-10 ans (Ashcraft & Fierman, 1982) (i.e., ils savent par exemple que 3 + 4 = 7 sans avoir besoin de le calculer), les enfants dyscalculiques utiliseraient encore au même âge des stratégies qualifiées de primitives tel que le comptage à partir du premier opérande (i.e., 3 + 4 = 4, 5, 6, 7) voire le comptage sur les doigts (De Smedt, Holloway, & Ansari, 2011; Geary, Brown & Samaranayake, 1991). Ce retard dans l'évolution des stratégies de calcul est souvent vu comme la conséquence d'un déficit en mémoire de travail (McLean & Hitch, 1999). Les capacités limitées de ces enfants en terme d'espace de traitement rendraient difficile la présence simultanée des opérandes et du résultat des opérations et l'association entre ces trois nombres ne pourrait pas se faire de manière optimale. Sans association forte entre les opérandes et le résultat, le fait arithmétique ne peut être construit et stocké en mémoire à long terme (Thevenot, Barrouillet, & Fayol, 2001).

Cette explication des difficultés des enfants dyscalculiques ne tient évidemment que dans un modèle qui considère la récupération des résultats des additions comme la stratégie la plus aboutie et la plus efficace d'un point de vue développemental. Cependant, nos travaux récents remettent en question cette conception et donc la théorie dominante proposée par les chercheurs pour rendre compte des difficultés des enfants dyscalculiques confrontés à des problèmes arithmétiques.

En effet, nous avons récemment proposé, à l'appui de plusieurs évidences expérimentales, que le développement des stratégies de résolution des additions ne consiste pas nécessairement en un glissement du comptage à la récupération mais plutôt en une accélération et compilation des procédures initiales de comptage. Ainsi, les représentations qui sous-tendent la solution d'additions simples chez les adultes seraient ancrées dans celles employées par le jeune enfant. Les résultats des additions les plus simples telles que 3 + 2 ne seraient donc pas récupérés en mémoire par le système cognitif expert mais atteints par procédures déclenchées automatiquement à la présentation des problèmes.

Ce nouveau cadre théorique a pris naissance suite aux résultats que nous avons obtenus grâce à un paradigme d'amorçage consistant à présenter le signe d'un problème arithmétique soit classiquement en même temps que les opérandes, soit 150 ms avant l'apparition des opérandes (Fayol & Thevenot, 2012). Cette manipulation a permis de montrer que présenter le signe « + » avant les opérandes a un effet facilitateur sur la résolution de l'addition alors que présenter le signe « x » avant les opérandes n'a aucun effet sur les temps de résolution de la multiplication. Quelque chose a donc été activé lors de la présentation du signe « + » et ce quelque chose a ensuite été utilisé lors de la présentation des données du problème. Jusqu'alors, seules deux interprétations différentes ont été proposées pour qualifier ce « quelque chose ». Soit une procédure abstraite, soit un réseau sémantique ont pu être pré-activés à la seule présentation du signe « + ». Cependant, la seconde interprétation a rapidement été rejetée car si un réseau de faits additifs avait été activé, il n'y a aucune raison pour que le signe « x » n'active pas de la même façon un réseau de faits multiplicatifs. Dans ce cas de figure, un effet d'amorçage du signe aurait dû être observé pour les deux types d'opérations. Ainsi, seule l'interprétation selon laquelle une procédure abstraite indépendante de la nature des opérandes est activée lors de la présentation du signe « + » avant les opérandes a pu être retenue. Il est important de noter que cet effet d'amorçage du signe était observé quelle que soit la taille des nombres impliqués dans le problème et donc aussi pour les additions les plus simples telles que 3 + 2. En fait, les seuls problèmes qui n'étaient pas sujets à l'effet d'amorçage du signe « + » étaient les problèmes constitués des deux mêmes opérandes (e.g., 2 + 2 ou 7 + 7), ce qui confirme les résultats antérieurs de la littérature selon lesquels ces problèmes doubles ont un statut spécial et une forte probabilité d'être récupérés en mémoire (LeFevre, Shanahan, & DeStephano, 2004). Dans une seconde étude destinée à fournir des évidences supplémentaires quant à l'utilisation de procédures automatisées par l'adulte, nous avons eu l'idée d'examiner précisément la distribution des temps de résolution pour des problèmes très simples impliquant des opérandes de 1 à 4 (Barrouillet & Thevenot, 2013 ; voir également Uittenhove, Thevenot, & Barrouillet pour des résultats similaires et l'extension de nos analyses à des problèmes impliquant des opérandes de 1 à 9). Les résultats ont montré que les temps de résolution suivent une fonction monotone linéaire quasi-parfaite en fonction de la somme des opérandes.

Plus précisément, les temps de résolution augmentent en moyenne de 15 ms à chaque incrément de 1 de la somme. Cette augmentation linéaire est difficilement conciliable avec un modèle de récupération qui ne prédirait quasiment pas de variation de temps de résolution pour des problèmes aussi simples que ceux que nous avons étudiés. Nous avons ensuite répliqué cette expérience auprès d'enfants de 10 ans, qui sont censés déjà récupérer les résultats des additions les plus simples et les mêmes résultats que chez l'adulte ont été obtenus (Thevenot, Barrouillet, Castel, & Uittenhove, 2016). En effet, encore une fois, les temps de résolution augmentaient linéairement de manière très prononcée en fonction de la taille des opérandes. Seuls les problèmes doubles n'étaient pas sujet à cette augmentation des temps de résolution, ce qui appuie à nouveau l'idée de deux stratégies bien différentes pour les problèmes doubles et non-doubles.

Encore plus récemment, nous nous sommes intéressés à la nature exacte des procédures révélées par nos expériences. Nous avons émis l'hypothèse que ces procédures automatisées pourraient correspondre à des déplacements attentionnels le long de la ligne mentale sur laquelle les nombres sont représentés mentalement (Mathieu, Gourjon, Couderc, Thevenot, & Prado, 2016). Cette hypothèse découle d'une série d'études récentes démontrant des liens étroits entre arithmétique et déplacements attentionnels dans l'espace (Fischer & Shaki, 2014). Par exemple, lorsqu'il est demandé à des participants d'estimer le résultat d'additions et de soustractions relativement complexes (à deux chiffres), il est souvent observé une sur-estimation des résultats des additions et une sous-estimation des résultats des soustractions (Knops, Viarouge, & Dehaene, 2009). Ceci a été interprété par le fait que les participants pourraient se « déplacer » mentalement vers la droite ou la gauche sur une ligne mentale numérique pour estimer le résultat d'une addition ou soustraction relativement complexe. Un momentum trop important vers la droite ou la gauche entrainerait donc une sur-estimation ou une sous-estimation du résultat. Bien qu'il ait souvent été pensé que ces déplacements attentionnels ne pouvaient pas être suffisamment rapides et précis pour sous-tendre la résolution d'opérations arithmétiques, nous avons voulu vérifier à quel point cette supposition était valide. Nous avons donc demandé à des adultes de résoudre des additions, des soustractions et des multiplications simples (à une chiffre) dont les constituants (opérandes et opérateur) étaient présentés les uns à la suite des autres sur un écran d'ordinateur (Mathieu, Gourjon, Couderc, Thevenot, & Prado, 2016). Le premier opérande était tout d'abord montré au centre de l'écran, puis celui-ci était remplacé par le signe arithmétique. Après disparition du signe, le second opérande du problème apparaissait soit à droite, soit à gauche du centre de l'écran. Nos résultats ont révélé que les additions étaient résolues plus vite lorsque le deuxième opérande était présenté à droite du centre de l'écran, alors que les soustractions étaient résolues plus vite lorsque le deuxième opérande était présenté à gauche du centre de l'écran. Aucune différence entre les différents côtés de présentation n'était observée pour la multiplication. Ainsi, ces résultats suggèrent que les participants déplacent bien leur attention vers la droite ou la gauche d'une ligne mentale pour résoudre des additions et des soustractions très simples. Au contraire, la résolution de multiplications ne se ferait pas par un déplacement sur une ligne mentale et donc ne susciterait aucun mouvement attentionnel, d'où l'absence d'effet dans notre expérience.

Une étude en imagerie cérébrale a également permis de démontrer à quel point ces déplacements attentionnels pouvaient être automatiques chez l'adulte (Mathieu et al., en préparation). En effet, nous avons pu montrer que la simple perception du signe '+' déclenchait l'activation d'un réseau de régions cérébrales impliquées dans les processus attentionnels, alors que ces régions n'étaient pas activées lors de la présentation du signe 'x'. Il est donc probable que cette activation de processus attentionnels lors de la présentation du signe arithmétique explique l'effet d'amorçage par le signe que nous avons décrit plus haut (Fayol & Thevenot, 2012). Cette hypothèse est supportée par le fait que nous avons montré une corrélation entre le degré d'activité liée au signe '+' dans une région cérébrale attentionnelle et le degré d'amorçage par le signe pour l'addition : les sujets pour lesquels était observé le plus d'activité automatique liée au signe étaient ceux qui, en terme de temps de réponse, bénéficiaient le plus de percevoir le signe 150 ms avant le problème. Ainsi, ces résultats en imagerie fonctionnelle, couplés à nos résultats comportementaux, suggèrent que l'un des processus en jeu lors de la résolution de problèmes d'additions simples chez l'adulte serait un déplacement attentionnel rapide le long d'une ligne mentale numérique.

Si, comme nos résultats expérimentaux le suggèrent, les résultats des additions ne sont pas nécessairement récupérés en mémoire par les experts, l'hypothèse d'un mécanisme défaillant de récupération chez l'enfant dyscalculique doit être révisée. En effet, la conséquence logique de nos résultats est que les enfants dyscalculiques ont un problème d'automatisation des procédures de calcul qui conduit à de grandes difficultés en arithmétique. Alors que, comme pour tout apprentissage procédural, la pratique répétée d'un calcul particulier conduit typiquement à l'accélération de la procédure jusqu'à son automatisation (e.g., modèle ACT, Anderson, 1983), la procédure demeurerait lente et coûteuse cognitivement chez l'enfant dyscalculique. Ce nouveau cadre interprétatif n'exclut pas l'hypothèse de limitations des capacités en mémoire de travail comme cause première des difficultés des enfants. En effet, il a déjà été établi un lien entre possibilités de procéduralisation ou de compilations des procédures avec les capacités en mémoire de travail (Beaunieux et al., 2006 ; Woltz, 1988). Ce nouveau cadre interprétatif n'exclut pas non plus l'hypothèse de limitations en terme de traitements visuo-spatiaux, également largement rapportées chez une catégorie particulière d'enfants dyscalculiques (Rourke, 1993 ; Szucs, Devine, Soltesz, Nobes, & Gabriel, 2013). En effet, la difficulté des enfants dyscalculiques à automatiser les procédures pourrait être la conséquence de déplacements laborieux sur la ligne numérique mentale. Notre conception théorique permet donc une explication mécanistique du trouble commun de résolution de problèmes arithmétiques chez les enfants dyscalculiques présentant des profils différents. Notre conception théorique permet également d'expliquer pourquoi la dyscalculie est si souvent observée accompagnée d'un trouble d'apprentissage de la lecture ou dyslexie (Wilson et al., 2015). En effet, il a depuis longtemps été proposé que la dyslexie résulte d'un déficit d'automatisation de procédures dans le domaine de la lecture (Nicolson & Fawcett, 2007). Il est donc possible que les enfants présentant à la fois une dyslexie et une dyscalculie puissent présenter un déficit profond de mémoire procédurale affectant à la fois l'automatisation des procédures arithmétiques et de lecture.

La nouvelle hypothèse que nous proposons selon laquelle la dyscalculie pourrait correspondre à un problème d'automatisation des procédures transforme donc la conception que nous avons des difficultés rencontrées par les enfants dyscalculiques. Cette nouvelle conception a forcément des implications pratiques puisque comprendre la nature des déficits observés chez des enfants présentant une trajectoire de développement atypique est une condition nécessaire à la conception et à l'implémentation de programmes de remédiations efficaces. Si les enfants dyscalculiques présentent bien des difficultés d'automatisation des procédures de comptage, des entrainements ciblant l'accélération des procédures devraient être envisagés. En fait, ce genre d'entrainement consistant principalement à demander aux enfants de compter x pas à partir d'un nombre donné, de se déplacer sur une ligne numérique ou encore d'utiliser des objets pour incrémenter une collection de 1 en 1, a déjà fait ses preuves par le passé (Fuchs et al., 2010). En effet, un apprentissage par le comptage couplé à un apprentissage par cœur s'avère plus efficace qu'un apprentissage par cœur seul, et ce même lorsque le temps consacré à l'apprentissage par cœur est réduit. De manière intéressante, les auteurs concluaient que l'efficacité de l'entrainement basé sur le comptage est due au fait qu'il renforce les liens entre opérandes et résultats et ainsi maximise la probabilité d'une récupération. Nos travaux remettent cette interprétation en question et permettent d'avancer une explication beaucoup plus directe selon laquelle entrainer des procédures de comptage permet l'accélération de celles-ci et ainsi, la probabilité d'une automatisation.

Pour conclure, nous avons proposé ici un nouveau cadre explicatif des difficultés rencontrées par les enfants dyscalculiques pour la réalisation d'opérations arithmétiques. Plutôt qu'un trouble de la récupération de l'information en mémoire à long terme, nos travaux suggèrent que des difficultés d'exécution de calculs simples pourraient être dus à un problème d'automatisation des procédures de comptage. Cette hypothèse qui remet en question le modèle descriptif et théorique dominant de la dyscalculie pourra avoir des conséquences positives pour une meilleure prise en charge des enfants puisque des programmes d'entrainement spécifiques des procédures de calcul pourront être conçus.

**Références**


Anderson, J. (1983). *The Architecture of Cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Ashcraft, M. H., & Fierman, B. A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology, 33,* 216-234.

Beaunieux, H., Hubert, V., Witkowski, T., Pitel, A.L., Rossi, S., Danion, J.M., Desgranges, B., & Eustache, F. (2006). Which processes are involved in cognitive procedural learning? *Memory, 14,* 521–539.

Berch, D. B., & Mazzocco, M. M. M. (2007). *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities.* Baltimore, MD: Paul H. Brookes Publishing.

Barrouillet, P., & Thevenot, C. (2013). On the problem size effect in small additions: Can we really discard any counting-based account? *Cognition, 128*, 35-44.

Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From Brain to Education. *Science, 332 (6033)*, 1049-1053.

De Smedt, B., Holloway, I. D., & Ansari, D. (2011). Effects of problem size and arithmetic operation on brain activation in children with varying levels of arithmetical fluency. *Neuroimage, 57,* 771-781.

De Visscher, A., & Noël, M.-P. (2014). Arithmetic facts storage deficit: the hypersensitivity-to-interference in memory hypothesis. *Developmental Science, 17(3)*, 434–42.

Fayol, M., & Thevenot, C. (2012). The use of procedural knowledge in simple addition and subtraction problems. *Cognition, 123,* 392-403.

Fischer, M. H., & Shaki, S. (2014). Spatial biases in mental arithmetic. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology, 67(8), 67*(8), 1457-1460.

Fuchs, L.S., Powell, S.R., Seethaler, P.M., Fuchs, D., Hamlett, C.L., Cirino, P.T., & Fletcher, J.M. (2010). A Framework for Remediating Number Combination Deficits. *Except Child., 76(2),* 135–165.

Geary, D. C., Brown, S. C, & Samaranayake, V. A. (1991). Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental Psychology, 27,* 787-797.

Geary, D.C., Hoard, M.K., & Hamson, C.O. (1999). Numerical and arithmetical cognition: Patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology,74*, 213–239.

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation*. Journal of Experimental Child Psychology, 85,* 103–119.

Knops, A., Viarouge, A., & Dehaene, S. (2009). Dynamic representations underlying symbolic and nonsymbolic calculation: Evidence from the operational momentum effect. *Attention, Perception, & Psychophysics, 71*(4), 803-821.

Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9 year old students. *Cognition, 93 (2)*, 99-125.

LeFevre, J., Shanahan, T., & DeStefano, D. (2004). The tie effect in simple arithmetic: An access-based account. *Memory & Cognition, 32,* 1019-1031.

Mathieu, R., Epinat-Duclos, J., Sigovan, M., Breton, A., Cheylus, A., Fayol, M., & Prado, J. (en préparation). What's behind a '+' sign? Perceiving an arithmetic operator recruits brain circuits for spatial orienting.

Mathieu, R., Gourjon, A., Couderc, A., Thevenot, C., & Prado, J. (2016). Running the Number Line: Rapid Shifts of Attention in Single-Digit Arithmetic. *Cognition, 146,* 229-239.

McLean, J.F., & Hitch, G.J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology, 74(3),* 240-260.

Nicolson, R. I., & Fawcett, A. J. (2007). Procedural learning difficulties: reuniting the developmental disorders? *Trends Neurosci, 30*(4), 135-141.

Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition, 116*, 33–41.

Rourke, B.P. (1993). Arithmetic disabilities, specific and otherwise: A neuropsychological perspective*. Journal of Learning Disabilities, 26,* 214–226.

Schleifer, P., & Landerl, K. (2011). Subitizing and counting in typical and atypical development. *Developmental Science*, 280-291.

Szucs, D., Devine, A., Soltesz, F., Nobes, A., & Gabriel, F. (2013). Developmental dyscalculia is related to visuo-spatial memory and inhibition impairment. *Cortex,* 49(10), 2674–2688.

Thevenot, C., Barrouillet, P., & Castel, C., & Uittenhove, K. (2016). Ten-year-old children strategies in mental addition: A counting model account. *Cognition, 146*, 48-57.

Thevenot, C., Barrouillet, P., Fayol, M. (2001). Algorithmic solution of arithmetic problems and operands-answer associations in LTM. *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 54*, 599-611.

Uittenhove, K., Thevenot, C., & Barrouillet, P. (2016). Fast automated counting procedures in addition problem solving: When are they used and why are they mistaken for retrieval? *Cognition*, *146*, 289-303.

Wilson, A. J., Andrewes, S. G., Struthers, H., Rowe, V. M., Bogdanovic, R., & Waldie, K. E. (2015). Dyscalculia and dyslexia in adults: Cognitive bases of comorbidity. *Learning and Individual Differences, 37*, 118-132.

Woltz, D. J. (1988). An investigation of the role of working memory in procedural skill acquisition. *Journal of Experimental Psychology: General, 117*, 319-331.